

Der Realitätsbezug des Hicks'schen Konjunktur-
modelles und seiner Varianten. Eine kritische
Analyse mit Hilfe der Simulationstechnik

Dissertation
zur Erlangung des Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft
des wirtschaftswissenschaftlichen Fachbereiches
der Justus Liebig-Universität Gießen

vorgelegt von
Fritz Joachim Dörfner
aus Ebsdorf

Gießen 1973

1974

Digitized by the Internet Archive
in 2026

Der Realitätsbezug des Hicks'schen Konjunktur- modelles und seiner Varianten. Eine kritische Analyse mit Hilfe der Simulationstechnik

D i s s e r t a t i o n
zur Erlangung des Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft
des wirtschaftswissenschaftlichen Fachbereiches
der Justus Liebig-Universität Gießen

vorgelegt von
F r i t z J o a c h i m D ö r f n e r
aus Ebsdorf

Gießen 1973



Erstgutachter:

Prof. Dr. J. Kromphardt

Zweitgutachter:

Prof. Dr. H. Rinne

Tag der mündlichen

Prüfung:

8. Febr. 1974

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
A Einleitung - Gegenstand und Durchführung der Unter- suchung	1
B Die Grundlagen von konjunkturellen Oszil- lationsmodellen	7
I. Der Begriff der Konjunkturschwankungen	7
II. Der Ansatz zur Überwindung des Wider- spruchs zwischen der Realität und dem regelmäßigen Ablauf von Oszillations- modellen	24
III. Die Beurteilung von Gleichgewichts- konzepten in Konjunkturmodellen	38
C Die möglichen Konjunkturverläufe im Modell von Hicks	43
I. Die Darstellung des originalen Oszil- lationsmodelles	43
1. Die Bausteine des Modells	43
1.1. Die allgemeinen Elemente	43
1.2. Die Hypothese über das Konsum- verhalten	45
1.3. Die Investitionshypothesen	49
2. Die Entwicklung und das Ergebnis der Finalgleichung	51
3. Die Zusammenhänge zwischen Parame- terkonstellationen und Bewegungs- abläufen	67
II. Die Entwicklung der Wachstumsraten im Oszillationsmodell	75
1. Die Wachstumsraten in den Fällen a kleiner/gleich 1	75
2. Die Wachstumsraten der Schwankung mit steigender Amplitude	80
3. Das Wachstum bei exponentieller Ent- fernung vom Trend	88

	<u>Seite</u>
III. Die Restriktionen aufgrund des Vergleichs der Modellwachstumsraten mit realistischen Werten	91
1. Der Einfluß stets positiver Wachstumsraten	91
2. Die Bedeutung der wirklichkeitsnahen Phasenlänge	92
3. Das Ergebnis der Beschränkungen	93
IV. Die Notwendigkeit und Problematik der Ober- und Untergrenze für das Sozialprodukt	100
1. Der Nachweis der Notwendigkeit von Grenzen	100
1.1. Die Bestimmung der Höhe der Konsumquote	100
1.2. Die numerische Bestimmung des Akzelerators	103
1.3. Die Bewegung des Modells bei der Anwendung wirklichkeitsnaher Parameter	105
2. Die allgemeinen Eigenschaften der Grenzen	109
2.1 Die Begründung und Art der Grenzen	110
2.2. Die Relation der exogenen Wachstumsraten zueinander	111
2.3. Das Verhältnis der Anfangswerte	115
3. Das Grundmodell mit einfacher Untergrenze	116
3.1. Die Bewegung bei wirklichkeitsnaher Obergrenze	116
3.2. Die Veränderung der Anfangswerte der Obergrenze	122
3.3. Der kritische Wert der Obergrenze	127
4. Das Grundmodell mit verbesserter Untergrenze	132

	<u>Seite</u>
D Die Ansätze zur Verbesserung des Realitätsbezuges	140
I. Die Auswirkungen veränderter Lagbeziehungen	140
1. Die Abwandlung der Funktion der induzierten Investitionen	140
1.1. Die Annahme einer kürzeren Reaktionszeit	140
1.2. Die Verlängerung des Lags um eine Periode	147
1.3. Der Zusammenhang zwischen Time-Lag und realistischer Schranke	160
1.4. Der Einfluß mehrerer Einkommensänderungen auf die induzierten Investitionen	161
2. Die Umwandlung der Konsumfunktion	167
2.1. Die Aussetzung des Robertson-Lag	167
2.2. Die Verlängerung des Lags in der Konsumfunktion	171
2.3. Der Zusammenhang zwischen Time-Lag und realistischer Schranke	174
3. Die simultane Veränderung der Konsum- und Investitionsfunktion	176
II. Die Auswirkungen veränderter Grenzen	186
1. Die Aufspaltung in Sektoren	186
2. Die Endogenisierung der Obergrenze	192
E Die Einführung der Kapazitätsanpassungshypothese zur Erklärung der induzierten Investitionen	205
I. Das Grundmodell mit veränderter Investitionsfunktion	206
1. Die Bedeutung der Kapazitätsanpassungshypothese	206
2. Die Untersuchung der Finalgleichung	210

	<u>Seite</u>
3. Der Simulationsablauf bei realistischen Parametern	220
II. Die Veränderungen der Nebenbedingungen	224
1. Die Erweiterung der Abweichungsmöglichkeiten von der optimalen Kapazitätsauslastung	224
2. Die Verbesserung der Startbedingungen	230
III. Die Variation der Reaktionszeiten	239
1. Die Abwandlung der Lags in der Kapazitätsanpassungshypothese	239
1.1. Die Unterstellung einer kürzeren Reaktionszeit	239
1.2. Die Verlängerung der Reaktionszeit	247
2. Die Bedeutung einer veränderten Konsumfunktion	252
IV. Die Aufspaltung in Sektoren	260
F Zusammenfassung der Ergebnisse	276
Literaturverzeichnis	286

A Einleitung -

Gegenstand und Durchführung der Untersuchung

In der vorliegenden Arbeit werden die Bewegungsabläufe des Hicks'schen Konjunkturmodells und seiner Varianten mit den beobachtbaren Konjunkturschwankungen verglichen. Aus dem Grad der Übereinstimmung von Modellverlauf und beobachtbarer konjunktureller Entwicklung soll dann ein Urteil über den Wert des betreffenden Modells gefällt werden.

Zunächst ist es notwendig, die Begriffe Konjunkturschwankung und Konjunkturmodell abzugrenzen, um unterschiedliche Interpretationen, die bei Analysen des Hicks'schen Modells festzustellen sind, auszuschalten. Der Titel des Werkes, in dem Hicks sein Modell entwickelt, nämlich "A Contribution to the Theory of the Trade Cycle" (1), sagt aus, daß es sich um ein Konjunkturmodell handeln soll. Elsner ist jedoch der Ansicht, daß das Hicks'sche Modell "die Wachstumstheorie mit der Konjunkturtheorie zu verbinden" (2) versucht. Oppenländer geht noch einen Schritt weiter in Richtung Wachstumstheorie. Er ist sicher, "daß wir es hier mit einer Theorie zu tun haben, die als repräsentativ für die nachfrageorientierte Wachstumsanalyse gelten kann." (3)

Die vorliegenden Differenzen in den Ansichten über den Untersuchungsgegenstand des Hicks'schen Modells können entweder rein sprachlicher oder aber inhaltlicher Natur sein, je nachdem, ob die Inhalte der

(1) Hicks (1950)

(2) Elsner (1967), S. 269

(3) Oppenländer (1963), S. 73

Begriffe Konjunkturtheorie und Wachstumstheorie von den verschiedenen Autoren verschieden oder gleich interpretiert werden. Inhaltliche Unterschiede existieren, wenn Einigkeit über die Begriffsinhalte herrscht. Eine Klärung dieser Frage wird in Teil B, Abschnitt I, versucht. Sie führt über eine historische Betrachtung zur Definition des Begriffes Konjunktur und der Abgrenzung gegenüber dem Begriff Wachstum.

Die Erscheinung, die das Modell erklären soll, ist mit der Definition des Konjunkturbegriffs festgelegt, nicht jedoch der marginale und zeitliche Geltungsbereich des Modells. Im allgemeinen gelten Konjunkturmodelle, insbesondere, wenn sie nach dem Zweiten Weltkrieg entstanden sind, nur für Industrienationen mit marktwirtschaftlich geprägter Wirtschaftsordnung, also nicht für Entwicklungsländer und zentral geplante Wirtschaften. Neben der regionalen wird auch häufig die temporale Einschränkung auf die Nachkriegszeit vorgenommen, "weil es die vordringlichste Aufgabe einer wirtschaftspolitisch relevanten Konjunkturtheorie ist, die Konjunkturschwankungen in ihrer heutigen Erscheinungsform zu erklären." (1)

Werden regionale und temporale Einschränkungen des Geltungsbereiches eines Modells vorgenommen, so ist das Modell keinesfalls allgemein gültig. Wird jedoch die Forderung der Allgemeingültigkeit erhoben, so müssen diese Einschränkungen gerechtfertigt werden.

(1) Kromphardt (1972), S. 139

Die Konzipierung eines Konjunkturmodells für eine entwickelte Marktwirtschaft schließt die Bildung ebensolcher Modelle für die übrigen Arten von Volkswirtschaften nicht aus. Da die Ursachen der Konjunkturschwankungen zumindest in jeder Art von Volkswirtschaft verschieden sind, werden die entsprechenden Modelle aufgrund unterschiedlicher Kausalzusammenhänge gebildet werden. Es ist nun denkbar, diese Modelle in ihrer Gesamtheit als Annäherung an ein Gesamtmodell für die ökonomische Welt anzusehen.

Analog der räumlichen Integration ist eine zeitliche vorstellbar, wobei für jede Art von Volkswirtschaft verschiedene Modelle zu entwickeln sind, wenn sich die Ursachen der Konjunkturschwankungen im Zeitablauf geändert haben. Einer Bildung eines Gesamtmodells steht also - zumindest theoretisch - nichts entgegen.

Durch die Beschränkung auf einen Teilbereich wird die Untersuchung auf zahlenmäßig geringe Kausalzusammenhänge beschränkt. Diese Behandlung ist operationaler als die Analyse eines möglichen Gesamtmodells.

Neben der Operationalität gibt es noch einen weiteren Grund, den Geltungsbereich eines Modells einzuschränken. Um den Wert eines Konjunkturmodells abschätzen zu können, muß auch überprüft werden, ob die aus dem Modell resultierenden Konjunkturschwankungen mit den in der Realität beobachteten übereinstimmen. Die zu einer Prüfung notwendigen Daten werden volkswirtschaftlichen Gesamtrech-

nungen oder ähnlichen Quellen entnommen. Diese Daten stehen jedoch weder für den benötigten Zeitraum der Vergangenheit noch für alle Länder zur Verfügung. Der testbare Bereich ist somit zwangsläufig beschränkt.

Nachdem der Nachweis der Berechtigung einer regionalen und zeitlichen Einschränkung geführt wurde, muß diese Einschränkung expliziert werden. In dieser Arbeit wird nun eine Beschränkung des Testes auf den nächstliegenden Fall, die Bundesrepublik Deutschland in der Nachkriegszeit, vorgenommen. Somit sind der Umfang und die Quellen des Testmaterials festgelegt.

Wird aus dem Testmaterial, den volkswirtschaftlichen Daten für die BRD, die reale konjunkturelle Bewegung abgelesen, so zeigt sich, daß unabhängig von der Definition des Konjunkturbegriffes, sehr unregelmäßige Schwankungen der Konjunkturindikatoren zu beobachten sind. Die hier behandelten Konjunkturmodelle sind jedoch Oszillationsmodelle, die infolge ihrer vorgegebenen Eigenschaften nur regelmäßige Verläufe erklären können. Der Versuch einer Überwindung dieses offensichtlichen Widerspruches zwischen Modell und Wirklichkeit wird in Anlehnung an Jöhr (1) im Teil B, Abschnitt II dargestellt.

Außerdem zeigt das Bild der volkswirtschaftlichen Daten, daß, wenn der Verfasser eines Modelles der Auffassung ist, sein Modell solle die Wirklichkeit erklären - dies ist bei Hicks (2) der Fall -,

(1) Jöhr (1952)

(2) Hicks (1950), S. 89

Schwankungen erklärt werden müssen. In einigen Nachfolgemodellen des Hicks'schen Modells, z.B. dem von Tewes (1), wird auch versucht, mit Hilfe des Modells Schwankungen zu erklären. Andere Autoren, z.B. Smithies (2), Phillips (3), Ando/Modigliani (4), Lovell/Prescott (5), versuchen jedoch, in ihren Modellen hauptsächlich Parameterkonstellationen zu entwickeln, mit denen eine Stabilität der Modelle erreicht wird. Die verschiedenen Behandlungen von Konjunkturmodellen beruhen auf verschiedenen Gleichgewichtskonzeptionen, die in Teil B, Abschnitt III untersucht werden.

Erst in Anschluß an Teil B, in dem versucht wird, grundsätzliche Probleme zu klären und gleichzeitig Prämissen allgemeiner Art darzustellen, die Oszillationsmodellen, somit auch dem Hicks'schen Modell, vorgegeben sind, kann die eigentliche Modellanalyse erfolgen.

In Teil C wird anhand des Hicks-Modells die bisherige Methode der Analyse eines Konjunkturmodells ausführlich vorgestellt und die Methode wird auch überprüft. Die Breite der Darstellung ist gerechtfertigt, da einmal eine genaue mathematische Ableitung der Ergebnisse bisher bei der Untersuchung konjunktureller Modelle unterlassen wurde, andererseits dies aber das Verständnis der mathematischen Teile der Arbeit wesentlich erleichtert.

(1) Tewes (1966)

(2) Smithies (1957)

(3) Phillips (1961)

(4) Ando/Modigliani (1959)

(5) Lovell/Prescott (1968)

Eine Weiterentwicklung der bisher üblichen Methode erlaubt dann eine genauere Prüfung des Modells bezüglich seines Erklärungswertes, als es bisher möglich war. Das so erhaltene Resultat wird in Teil D zu verbessern versucht, indem einzelne Bausteine des Modells abgewandelt werden. Diese Änderungen werden aber so vorgenommen, daß die Verhaltensannahmen, denen das Modell unterliegt, prinzipiell nicht umgestoßen werden.

Eine derartige Variation geschieht erst in Teil E. Die starre Akzeleratorhypothese über die Entwicklung der induzierten Investitionen wird hier durch die flexiblere Kapazitätsanpassungshypothese ersetzt. Der Aufbau des Teils E entspricht dem der Teile C und D, um beide Modelle mit ihren jeweiligen Variationen gegenüber abwägen zu können.

Die wichtigsten Ergebnisse werden im abschließenden Teil F zusammengefaßt. Im Hinblick auf diese Ergebnisse wird dann versucht, ein endgültiges Urteil über den Wert der vorgestellten Modelle zu fällen.

B Die Grundlagen von konjunkturellen Oszillationsmodellen

I. Der Begriff der Konjunkturschwankungen

Die zu erklärende Größe im Hicks'schen Konjunkturmodell ist das Sozialprodukt. (1) Konjunkturschwankungen sind somit nach Hicks Schwankungen der absoluten Werte des Sozialproduktes. Aus den angeführten Graphiken über die Entwicklung des Modelles (2) geht hervor, daß der Analyse die Vorstellung der Existenz nur eines Zyklus zugrundeliegt, also keinesfalls die Überlagerung mehrerer Zyklen unterschiedlicher Phasenlänge.

Aus der Modellanalyse von Hicks geht aber nicht eindeutig hervor, welche Phasenlänge der zu erklärende Zyklus hat. So zeigen seine Graphiken keine Einteilung in Periodenabschnitte. Darüberhinaus definiert Hicks eine Periode so, daß sie keinem Kalenderabschnitt mehr zurechenbar ist: "one period is precisely the normal time taken for output to adjust itself to a change in demand". (3) Daher ist anzunehmen, daß die Perioden im Zyklus verschiedenen lange Kalenderabschnitte aufweisen, außerdem müssen die Perioden in gleichen konjunkturellen Situationen in verschiedenen Zyklen nicht notwendigerweise gleich sein. Weiterhin wird mit dieser produktionstechnischen Einteilung die Lagebeziehung in der Konsumfunktion angreifbar. Dieses Problem erkennt Hicks (4), ohne aber näher darauf einzugehen.

(1) Hicks (1950), S. 86

(2) Hicks (1950), S. 88 und 97

(3) Hicks (1970), S. 53

(4) Hicks (1950), S. 54

Lediglich aus den Vorbemerkungen zu seinem Werk kann auf die Länge des Zyklus geschlossen werden: "The economic history of the last 150 years organizes itself so easily into a series of 7- to 10-year cycles ... that the reality of the cycles seems to him (the plain economist, womit er zweifelsohne auch sich selbst meint, J.D.) unmistakable". (1) Wird die von Schumpeter beispielsweise vertretene Ansicht, es seien in der Vergangenheit lange Wellen (Kontratoeff-Typ), mittlere (Juglar-Typ) und kurze (Kitchin-Typ) zu beobachten, (2) zur Klassifizierung verwendet, so versucht Hicks also mit seinem Modell Juglar-Zyklen zu erklären.

Die Verwendung eines Einzyklenschemas und die Bezugnahme auf mittlere Wellen ist aber nicht allgemein gültig. "In der Regel ist eine geschichtliche Darstellung der Konjunkturentwicklung (die zwar von Hicks nicht durchgeführt wird, der Entwicklung seines Modells aber vorausgegangen sein muß, J.D.) von der zugrundeliegenden theoretischen Auffassung vom Wesen und den Ursachen des Konjunkturphänomens bestimmt." (3) So folgt aus der Konjunkturtheorie von Schumpeter, in der der dynamische Unternehmer im Mittelpunkt steht, (4) ein vollkommen anderes Zyklenschema, das sich aus seiner historischen Darstellung ableiten läßt.

Diese historische Darstellung erfolgt von 1787, dem Jahr, ab dem nach Schumpeter konjunkturelle Erscheinungen in kapitalistischen Marktwirtschaften beobachtet werden können, (5) bis 1894 am

(1) Hicks (1950), S. 2

(2) Schumpeter (1961), S. 171 ff

(3) Clausing (1959), S. 134

(4) Schumpeter (1926)

(5) Schumpeter (1961), S. 231 ff

Beispiel Englands, da von dort die Industrialisierung ausging und da dort nicht ständig Gebietsveränderungen vorgenommen wurden, wie es auf dem europäischen Festland der Fall war. In der Zeit nach 1894 wird dann die Entwicklung in Deutschland beschrieben.

Schumpeter ist der Auffassung, daß ab 1787 drei Kontratieff-Zyklen zu erkennen sind. Der erste umfaßt den Zeitraum von 1787 bis 1842. Er wird von sechs Juglar-Zyklen überlagert, die von 1787 bis 1795, von 1796 bis 1804, von 1805 bis 1814, von 1815 bis 1823, von 1824 bis 1833 und von 1834 bis 1842 dauern. Die erste lange Welle erstreckt sich also über einen Zeitraum von 56 Jahren, die mittleren Wellen haben eine Phasenlänge von 9 Jahren (viermal) bzw. von 10 Jahren (zweimal). Depressionen (bei Schumpeter Krisen genannt) traten zwischen 1787 und 1842 dreimal ein, 1793, 1825 und 1828. Der Begriff der Depression wird im folgenden für tiefe konjunkturelle Abschwünge verwendet. Leichte Rückgänge werden mit Rezession bezeichnet.

Der zweite Kontratieff-Zyklus, der von 1843 bis 1894 währte, ist wiederum von sechs Juglar-Zyklen überlagert. Die sechs Phasen gehen von 1843 bis 1851, von 1852 bis 1860/61, von 1860/61 bis 1868/69, von 1868/69 bis 1879, von 1880 bis 1887 und von 1888 bis 1894. Die Zeitdauer des zweiten Kontratieff-Zyklus beträgt demnach 52 Jahre, die Phasenlänge der Juglar-Zyklen 7 Jahre (einmal), 8 Jahre (zweimal), 9 Jahre (einmal), 9,5 Jahre (einmal), bzw. 10,5 Jahre (einmal). In den Jahren 1847, 1857, 1866 und 1873 sind Depressionen zu verzeichnen.

Ein Vergleich der zwei langen Wellen zeigt, daß der erste um etwa 6 v.H. länger ist als der zweite. Dieser Unterschied ist aber nicht signifikant. Die maximale Abweichung zwischen den mittleren Wellen beträgt etwa 33 v.H. (10 gegenüber 7 Jahre). Während die Differenz zwischen den langen Wellen im Hinblick auf eine mechanistische Erklärung unerheblich ist, kann dies von den Unterschieden zwischen den mittleren Wellen nicht mehr behauptet werden.

Unterschiede zwischen den Kontratieff-Zyklen ergeben sich auch, wenn die Verteilung der Depressionen untersucht wird. Im ersten Kontratieff-Zyklus liegt eine Depression im ersten Juglar-Zyklus, und es liegen zwei im fünften Juglar-Zyklus. Im zweiten Kontratieff-Zyklus ist jeweils im ersten bis vierten Juglar-Zyklus eine Depression aufgetreten. Aus dieser Unregelmäßigkeit der Verteilung der Depressionen über die lange Welle läßt sich ableiten, daß Depressionen durchaus keine notwendige Begleiterscheinung der Konjunkturschwankungen sind.

Geht man davon aus, daß sich die Phasenlänge der langen Welle im Zeitablauf nicht verändert, so müßte der dritte Kontratieff-Zyklus, im Hinblick auf die Länge der vorhergehenden Zyklen von mehr als 50 Jahren, bis in die Fünfziger Jahre des Zwanzigsten Jahrhunderts hineinreichen. Diese dritte lange Welle kann aber mit den vorhergehenden insofern nicht mehr verglichen werden, da sie durch zwei Weltkriege unterbrochen wurde.

Es ist nicht auszuschließen, daß zwei derartig einschneidende Ereignisse den an sich vorhandenen Dreierzyklus so verzerren, daß er als solcher nicht mehr erkennbar ist. Andererseits ist aber das "Vordringen monopolistischer Mächte, das zu einem allmählichen Abbau der freien Marktwirtschaft, zur Ausbildung einer pluralistisch-spätkapitalistischen Wirtschaftsordnung, zu einer wachsenden Entfaltung staatlich-interventionistischer Initiative führte", (1) ein Indiz dafür, daß sich die institutionellen Elemente in der kapitalistischen Marktwirtschaft so geändert haben, daß die theoretische Fundierung, die den ersten Phasen unterlegt worden ist, nicht auf die dritte und noch weniger auf die vierte Phase übertragen werden kann. Die daraus resultierende Prämisse für das Hicks-Modell wird im Anschluß an die verbleibende historische Darstellung entwickelt.

In der dritten Phase - die Einteilung der Phasen anhand der langen Wellen soll zunächst beibehalten werden - wird im folgenden die wirtschaftliche Entwicklung in Deutschland betrachtet, da die Industrialisierung in Deutschland zu diesem Zeitpunkt so weit gediehen ist, daß Deutschland als typisch für eine kapitalistische Marktwirtschaft angesehen werden kann.

Die Zeit vor dem Ersten Weltkrieg, also der Zeitraum von 1895 bis 1914, ist durch einen Aufschwung gekennzeichnet, der in den Jahren 1901/02 und

(1) Clausing (1959), S. 132

1908/09 durch zwei Rezessionen unterbrochen wurde. Eine Depression trat also nicht auf. Nach dem Ersten Weltkrieg kommt es zunächst zu einem kurzen Aufschwung (von 1919 bis 1920), anschließend zu einer Depression, die in Deutschland mit einer Inflation verbunden ist. Von 1923 bis 1929 ist ein Aufschwung zu verzeichnen, im Anschluß daran jedoch eine Depression, die ausgesprochen stark war (Weltwirtschaftskrise). Der auf diese lange Depression folgende Aufschwung trägt in Deutschland eindeutig staatlich-interventionistische Züge. In der Zeit zwischen den beiden Weltkriegen sind also zwei Aufschwünge mit jeweils anschließenden Depressionen zu erkennen.

Aus dieser historischen Darstellung ist zu ersehen, daß Schumpeter die Konjunkturschwankungen als Ergebnis der Überlagerung zweier verschieden langer Wellen beschreibt. Obwohl er behauptet, ein Dreizyklenschema aufzustellen (1), sind von seiner Beschreibung ausschließlich Kontratieff- und Juglar-Wellen erfaßt.

Ein drittes Zyklenschema gibt Matthews (2) an. "The earliest writers on the trade cycle, guided by the dates of crisis in nineteenth-century Britain thought in terms of a seven- to ten-year cycle. Later research, relating chiefly to the United States, suggested a quite different periodicity, namely three to four years. A widely held view combines these two and postulates the simul-

(1) Schumpeter (1961), S. 222

(2) Matthews (1959)

taneous existence of a three- to four-year minor cycle and a seven- to ten-year major cycle superimposed on it." (1) Die Ursache der Kitchin-Zyklen ist seiner Meinung nach hauptsächlich in den Vorratsinvestitionen, die der Juglarzyklen in den Bauinvestitionen zu sehen. (2) Dies gelte auch für Deutschland.

Dementgegen steht die Auffassung des Sachverständigenrates, der im Fall der BRD in der Nachkriegszeit ein Einzyklenschema mit kurzen Wellen vertritt. (3) Unter der Annahme, das Bruttosozialprodukt stelle die wirtschaftliche Entwicklung dar, zeigen die so entstehenden Daten, daß die Auffassung des SVR berechtigt ist: (4)

(1) Matthews (1959), S. 199

(2) Matthews (1959), S. 225

(3) Jahresgutachten des SVR (1972/73), S. 98

(4) Quelle: Statistisches Jahrbuch für die Bundesrepublik Deutschland 1972, S. 514. - Von 1950 bis 1960 ohne Berlin und Saarland, ab 1960 mit beiden Gebieten, daher für 1960 zwei Werte. - Von 1967 bis 1971 vorläufige Ergebnisse.

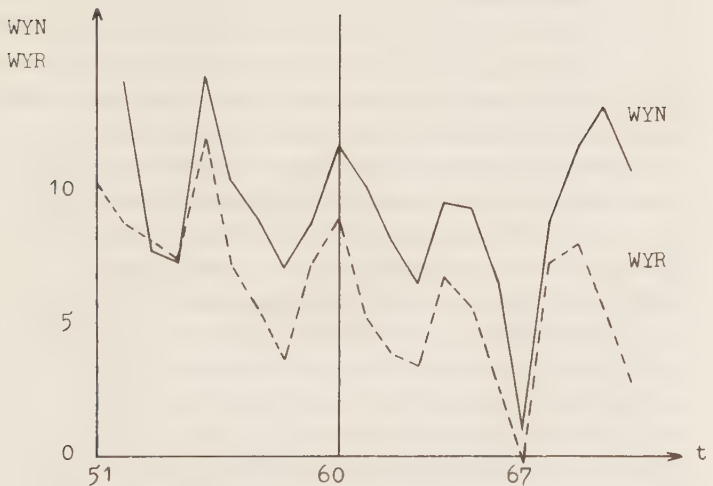
Tabelle 1

Jahr	BSPN(3)	BSPR(4)	WYN(5)	WYR(6)
1950	98,1	143,6		
1951	120,0	158,6	22,32	10,45
1952	137,0	172,7	14,17	8,89
1953	147,7	186,9	7,81	8,22
1954	158,6	200,8	7,38	7,44
1955	181,4	224,9	14,38	12,00
1956	200,5	241,3	10,53	7,29
1957	218,5	255,0	8,98	5,68
1958	243,3	264,5	7,23	3,73
1959	254,9	283,8	8,79	7,30
1960	284,7	309,4	11,69	9,02
1960	302,3	328,4		
1961	332,6	346,2	10,23	5,42
1962	360,1	360,1	8,27	4,02
1963	384,0	372,5	6,64	3,44
1964	420,9	397,3	9,61	6,66
1965	460,4	419,5	9,38	5,59
1966	490,7	431,7	6,58	2,91
1967	495,5	430,8	0,98	- 0,21
1968	540,0	462,3	8,98	7,31
1969	603,4	499,3	11,74	8,00
1970	628,8	527,0	13,16	5,55
1971	756,1	541,5	10,74	2,75

Eine übersichtlichere Darstellung der Konjunkturschwankungen gibt die graphische Abbildung der beiden Wachstumsraten.

-
- (3) BSPN: Bruttosozialprodukt in jeweiligen Preisen
 (4) BSPR: Bruttosozialprodukt in Preisen von 1962
 (5) WYN: Wachstumsraten des BSPN
 (6) WYR: Wachstumsraten des BSPR

Schaubild 1



Die Betrachtung der Zyklschemata zeigt, warum mehrere Ansichten über den Typ des Zyklus bestehen können. Es soll hier nun nicht untersucht werden, welches Schema einem anderen aus irgendwelchen Gründen überlegen ist, da eine Untersuchung der Verläufe im Hicks-Modell die Annahme der Voraussetzung von Hicks über die Zyklusart verlangt. Da aber die BRD als Testbereich ausgesucht wurde, wird geprüft, ob das Hicks-Modell Kitchin-Wellen erzeugen kann.

Wie bereits erwähnt, versteht Hicks unter Konjunkturschwankungen Schwankungen der absoluten Werte des Sozialproduktes. Weder der Begriff noch die Schwankung absoluter Werte sind allgemeingültig anerkannt.

Aus der Graphik 1 ist zu erkennen, daß das reale Bruttosozialprodukt nur einmal, 1967, zurückgegangen ist und dies auch nur im ganz geringen Umfang. Eine konjunkturelle Bewegung ist also nicht mehr an absoluten, sondern nur noch an relativen Größen abzulesen. "Diese neue Erscheinungsform der Konjunktur ist vor allem auf die institutionellen Änderungen seit der Weltwirtschaftskrise von 1929 ff. und auf die seit damals mehr und mehr systematisch praktizierte aktive Konjunkturpolitik der Regierungen zurückzuführen." (1) Ein Rückgang des staatlich beeinflussten Anteils am Sozialprodukt, und damit verbunden die Möglichkeit des Eintretens von Depressionen, ist wenig wahrscheinlich, da dies Risiko von einer Regierungspartei, die politisch überleben will, kaum eingegangen wird. Eine erneute Umorientierung von relativen auf absolute Größen ist somit nicht zu erwarten. Eine größere Wahrscheinlichkeit kommt der Erwartung verstärkter Eingriffe des Staates zu, um möglichst jede Schwankung auszuschalten. Während jedoch der Schritt von der Nichtanwendung staatlicher Mittel zur Konjunktursteuerung zur Anwendung dieser Mittel - damit verbunden ist die Erscheinung, daß sich die Konjunkturschwankungen in relativen statt in absoluten Größen darstellen - eine Frage des Willens war, ist der Schritt von der Verhinderung relativer Schwankungen einer Größe hin zur Erzielung stetigen Wachstums eine Frage des Könnens. Es ist nicht auszuschließen, daß Konjunkturschwankungen Marktwirtschaften systemimmanent sind; ist das der Fall und gibt es eine Wirtschaftsordnung, mit der konjunkturelle Schwankungen überwunden werden können, so müßte die Wirtschaftsordnung geändert werden, wenn das Ziel der Verhinde-

(1) Weber (1967), S. 14

rung der Konjunkturschwankungen Vorrang vor dem Ziel der Erhaltung der Wirtschaftsordnung hat. Eine derartige Rangfolge der beiden Ziele ist aber, zumindest in nächster Zukunft, zweifelhaft.

Selbst wenn eine Systemimmanenz nicht existiert, ist mit einer vollständigen Beseitigung der Schwankungen durch staatliche Eingriffe wegen der mangelnden Prognosefähigkeit und der Grenzen der politischen Durchführbarkeit nicht zu rechnen.

Aus der hier beschriebenen Entwicklung der Konjunkturzyklen, die den Übergang von absoluten zu relativen Konjunkturindices aufzeigte, ist abzulesen, daß sich der Begriff der Konjunktur geändert haben wird, weil sich das Erfahrungsbild gewandelt hat. Es liegt auf der Hand, daß in älteren Definitionen des Konjunkturbegriffs die Kennzeichnung absoluter Veränderungen im Vordergrund steht.

So versteht Sombart (1) unter Konjunktur den "Wechsel von Expansions- und Kontraktionszuständen", wobei sich die Definition auf absolute Größen bezieht. Nach Spiethoff (2) sind Konjunkturen "wirtschaftliche Wechsellagen", während Schumpeter (3) die Begriffe "Wirtschaftsschwankung, Schwankungen im Wirtschaftsleben und Schwankungen der Wirtschaftslage" verwendet. Diese Definitionen, die sich durch einen allgemeinen Charakter auszeichnen, finden ihre Fortsetzung in neueren Definitionen, die ebenso allgemein gehalten sind, sich jedoch auf relative statt absolute Größen beziehen.

(1) Sombart (1904), S.21, zit. nach Jöhr (1952), S.17

(2) Spiethoff (1925), S.38, zit. nach Jöhr (1952), S. 19

(3) Schumpeter (1961), S. 9 ff

Beispielhaft für die Gruppe der Vertreter dieser Art der Definitionen seien Sauermann, Weber, Elsner und Woll angeführt. Nach der Auffassung Sauermanns (1) sind Konjunkturen "zyklische Schwankung (en) der wirtschaftlichen Aktivität". Weber (2) definiert in der Einleitung des Bandes 14 der NWB (Konjunktur- und Beschäftigungstheorie): " 'Die' Konjunktur kann daher als Schwankung im Tempo des Wirtschaftswachstums (...) bezeichnet ... werden." Nach Elsner (3) sind unter dem Begriff Konjunkturen "Fluktuationen" um den Wachstumstrend zu verstehen, während Woll (4) Konjunkturschwankungen als "zeitliche Änderungen der wirtschaftlichen Aktivität" definiert. Zwischen den beiden bisher erwähnten Gruppen bestehen also lediglich historisch bedingte Unterschiede.

Nun sind diese allgemein gehaltenen Definitionen sehr wenig operational im Hinblick auf eine der Definition folgende Beschreibung des Ablaufs der Konjunktur. Um z.B. die wirtschaftliche Aktivität dazustellen, müssen aus Gründen der Vollständigkeit alle konjunkturrell schwankenden Größen herangezogen werden. Es ist daher einfacher, Definitionen heranzuziehen, die auf eine gesamtwirtschaftliche Größe abstellen. Die historische Entwicklung wird dann statt an einer Vielzahl von Indikatoren an einem einzigen dargestellt. Es ist nun zu fragen, welche gesamtwirtschaftlichen Größen hierzu geeignet sind. Eine Möglichkeit, die Mindestanforderung an solche Größen festzulegen, besteht in der Anwendung der Punkte,

(1) Sauermann (1965), S. 39

(2) Weber (1965), S. 14

(3) Elsner (1967), S. 269

(4) Woll (1969), S. 282

die der Sachverständigenrat als Grundlage der Auswahl von gesamtwirtschaftlichen Größen für seinen Gesamtindikator (1) festgelegt hat. Folgende Anforderungen werden an gesamtwirtschaftliche Größen gestellt, damit sie sich als Indikatoren eignen:

1. Die Monatswerte müssen spätestens nach sechs Wochen vorliegen.
2. Die Größen müssen konjunkturell schwanken können, jedoch nicht in ständig gleicher Art und Weise. (Sie müssen also frei von Saisonschwankungen sein.)
3. Die Größen dürfen keinen Wachstumsveränderungen unterliegen, d.h. die Wachstumsraten müssen sich um einen linearen Trend mit der Steigung null bewegen.
4. Die wichtigsten Aggregate der Konjunkturentwicklung müssen erfaßt sein: Konsumgüternachfrage, Investitionsgüternachfrage, Lagerhaltung, Komponenten des Angebots, Kostenentwicklung, Geldversorgung und Arbeitsmarkt.

Aus dieser Aufzählung geht hervor, daß hier zwar keine Indikatoren angesprochen werden, die für sich allein genommen den Konjunkturverlauf darstellen sollen, es wird vielmehr unterstellt, daß der Konjunkturverlauf durch mehrere Indikatoren beschrieben werden muß. Eine Umdeutung ist jedoch möglich.

So muß die konjunkturelle Wirkung aller im Punkt 4 angesprochenen Aggregate in dem gesuchten 'Alleinindikator' zum Ausdruck kommen, da sonst Fehlan-

(1) Jahresgutachten des Sachverständigenrates (1970)

zeigen möglich sind. Des weiteren darf dieser Indikator keine Änderung des Wachstumstrends aufweisen (Punkt 3), damit der Konjunkturverlauf eindeutig ablesbar ist. Dies bedeutet aber in Zukunft konstantes Wachstum, eine Annahme, die mit den Vorstellungen Kontratiefs nicht übereinstimmt. Punkt 2 ist in Bezug auf einen 'Alleinindikator' trivial, da eine Größe, die nicht konjunkturrell schwankt, keine Konjunkturschwankungen anzeigen kann. Dem Punkt 1 kommt erst dann eine Bedeutung zu, wenn mit Hilfe einer Theorie Prognosen erstellt werden, die dann natürlich auf ihre Wirksamkeit kontrolliert werden müssen.

Neben den bisher erwähnten Definitionen sollen jetzt die Erklärungen angeführt werden, die auf den Produktionssektor gerichtet sind. So zeigt sich laut Egner (1) die Konjunktur in der "Ausdehnung oder Einengung der Produktion, in der Arbeitereinstellungen oder -entlassungen". Ähnlich definiert Stackelberg (2) Konjunkturschwankungen als "Störung im zeitlichen Aufbau der Produktion". Die Schwankungen des Beschäftigungsgrades der Arbeit werden von ihm nicht berücksichtigt. Neben diesen auf absolute Größen gezielte Definitionen stehen die neueren Erklärungen, die auf relative Veränderungen abstellen. Hier sei lediglich die Auffassung von Jöhr (3) erwähnt, nach der sich Konjunkturschwankungen an der "Veränderung des Beschäftigungsgrades der Arbeitskräfte und der Produktionsanlagen" ablesen lassen. Bei der Verwendung produktionsorientierter Definitionen im

(1) Egner (1935), S.1, zit.nach Jöhr (1952), S. 11

(2) Stackelberg (1951), S. 319

(3) Jöhr (1959), S. 105

Sinne Egners und Jöhrs zeigt sich also die konjunkturrelle Entwicklung an zwei Indikatoren, den Beschäftigungsgraden von Arbeit und Kapital.

Diese Indikatoren sind nun daraufhin zu untersuchen, ob sie den Anforderungen 1 bis 4 (S. 19) genügen. Anforderung 1 ist ein rein technisches Problem, die Erfüllung ist größtenteils abhängig vom Ausbau des statistischen Berichtswesens. Für die BRD kann davon ausgegangen werden, daß das statistische Material genügend schnell beschafft werden kann. Zur Beurteilung der Erfüllung des Punktes 2 sind die Daten der Vergangenheit heranzuziehen. Aus der Entwicklung der Kapazitätsauslastung (1) ist zu ersehen, daß sowohl Intensität als auch Periodizität, im Zeitraum 1962 bis 1972 zumindest, mit der wirtschaftlichen Lage der BRD übereinstimmten. Der Arbeitsmarkt soll hier nicht mehr betrachtet werden, da ein relevanter Indikator nur durch die Relativierung der insgesamt abhängig Beschäftigten an einer Potentialgröße entsteht, die Teilzeitbeschäftigte (insbesondere Frauen), Gastarbeiter, das Problem der Kurzarbeit und offene Stellen umfaßt. Ein solcher Indikator existiert nicht; da es sich hier nur um ein Randproblem handelt, soll eine Bildung unterbleiben.

Eine Trendveränderung (Punkt 3) ist aus den vorliegenden Daten (2) nicht zu ersehen. Der Auslastungsgrad schwankt zwischen 75 und 95 v.H.

(1) Jahresgutachten des SVR (1972/73), S. 51

(2) Jahresgutachten des SVR (1967/68), S. 51
(1972/73), S. 51

Punkt 4 ist erfüllt, wenn entweder ein direkter oder ein indirekter Einfluß der Aggregate auf den Indikator besteht. Das gilt aber nur für die Aggregate Konsum- und Investitionsgüternachfrage, Lagerhaltung, Komponenten des Angebots und Arbeitsmarkt, die Kostenentwicklung und Geldversorgung werden nicht erfaßt.

Folgt man der Auffassung von Clauß (1), "daß die nachfrageseitige Entwicklung für die allgemeine Wirtschaftsentwicklung umso maßgeblicher ist, je höher der allgemeine Entwicklungsstatus einer Volkswirtschaft ist", so ist es angebracht, Indikatoren zu bestimmen, die nachfrage- statt produktionsorientiert sind. Hier bieten sich als Indikatoren das Volkseinkommen oder das Sozialprodukt an.

Die Auffassung, Konjunkturschwankungen als Schwankungen des Sozialprodukts zu definieren, werden von Hicks (2), Schneider (3) und Wessels (4) vertreten. Die Indikatoren erfüllen die Punkte 2 und 4 (S. 19), dem Punkt 3 ist Genüge getan, wenn Wachstumsraten des Sozialprodukts verwendet werden. Lediglich Punkt 1 dürfte nicht erfüllt sein. Da nachfrageorientierte Indikatoren komplexer sind als produktionsorientierte, dauert ihre Erfassung länger.

Aus dieser Darstellung ist keinesfalls eine Überlegenheit nachfrageorientierter Definitionen über

(1) Clauß (1968), S. 19

(2) Hicks (1950)

(3) Schneider (1967), S. 123

(4) Wessels (1966), S. 63

produktionsorientierte oder umgekehrt zu erkennen. Welche Definition im Einzelfall gewählt wird, hängt von der Art der zu bildenden Theorie bzw. des zu bildenden Modells ab.

Da in dieser Arbeit nachfrageorientierte Modelle untersucht werden, werden also Konjunkturschwankungen als Schwankungen des Sozialprodukts definiert. Probleme bezüglich unterschiedlicher Sozialproduktsbegriffe (1) entstehen nicht, da hier nur Modelle geschlossener Volkswirtschaften ohne staatliche Aktivität und ohne monetäre Aspekte behandelt werden.

(1) Stobbe (1966), S. 12¹⁴ ff.

II. Der Ansatz zur Überwindung des Widerspruchs zwischen der Realität und dem regelmäßigen Ablauf von Oszillationsmodellen

Nach der Behandlung der Definitionen, mit der versucht wurde, nachzuweisen, daß Konjunkturmodelle Erklärungen des Sozialproduktes sein können, ist nun nach der existentiellen Berechtigung dieser Modell überhaupt zu fragen. Dieses Problem wird in Anlehnung an Jöhr (1) behandelt.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist die Subsumierung der Konjunkturtheorie unter die Realwissenschaften. Jede Konjunkturtheorie hat die Aufgabe, reale Erscheinungen zu erklären. Das bedeutet konkret, daß ein numerisches Konjunkturmodell, das das Sozialprodukt in den Mittelpunkt der Analyse stellt, den tatsächlichen Verlauf des Sozialproduktes erklären können muß. Hält man sich aber den Verlauf der Konjunkturschwankungen, dargestellt anhand der Wachstumsraten des realen/nominalen Bruttosozialproduktes (Schaubild 1, S. 15), vor Augen, so ist zu ersehen, daß eine Konjunkturtheorie, die den Anspruch erhebt, die Realität zu erklären, eine sehr unregelmäßige Bewegung erklären können muß. Ein Oszillationsmodell vom Hicks-Typ ist dazu keinesfalls in der Lage.

Daraus lassen sich zwei konträre Schlußfolgerungen ziehen. Die erste Konsequenz wird vertreten durch Diehl, Fisher, Snyder, Stucken und Lutz. (2) Ihrer Meinung nach gibt es überhaupt nicht den Konjunk-

(1) Jöhr (1952), (1959) und (1967)

(2) Diehl (1932), S. 600 ff
Fisher (1925), S. 191 ff
Snyder (1928), S. 27 ff
Stucken (1932), S. 112 ff
Lutz (1932), S. 163 ff; alle zit. nach Jöhr
(1952), S. 25

turzyklus. Vielmehr entstehen verschiedene Konjunkturzyklen durch immer andere Ursachenkombinationen.

Die verschiedenen Ursachen wirken in ständig unterschiedlicher Art und Weise mit oder gegeneinander auf die verschiedenen Komponenten des Sozialproduktes ein. Die Aufgabe derjenigen, die sich als Vertreter dieser Auffassung mit Konjunkturproblemen beschäftigen, besteht somit darin, zunächst alle möglichen Ursachen zu ermitteln, um damit die historischen Konjunkturzyklen zu erklären. Probleme bezüglich Ein- oder Mehr-Zyklen-Modelle entstehen hierbei nicht.

Das Ziel, Prognosen zu erstellen, ist nur dann zu erreichen, wenn einmal alle nur denkbaren Kombinationen von Ursachen ermittelt werden können, andererseits Indikatoren entwickelt werden können, die die Folge einer und nur einer Kombination voraussagen können. (1)

Die Beurteilung der Relevanz dieser Methode muß anhand der Ursachen erfolgen. So ist z.B. die Änderung des Diskontsatzes nicht als eine, sondern infolge der Möglichkeit, den Diskontsatz in unterschiedlicher Höhe zu variieren, als Vielzahl von Ursachen anzusehen. Eine Ursachenart muß also quantitativ differenziert werden. Weiterhin dürfen die Ursachen nicht globaler Natur sein, wenn die globalen Größen aus unterschiedlichen Einzel-

(1) Das Problem des Schlusses von der Kombination auf die konjunkturelle Entwicklung erschwert ebenfalls diese Methode.

größen zusammengesetzt sind. Die Änderung des Investitionsverhaltens darf beispielsweise nicht gesamtwirtschaftlich behandelt werden, sondern muß je nach Erfordernis branchenspezifisch oder sogar unternehmensspezifisch gesehen werden.

Aus diesen Gründen ist zu erwarten, daß die Anzahl aller Ursachen sehr groß sein wird. Die Zahl der Kombinationen ist jedoch noch größer, denn bei n vorliegenden Ursachen beträgt die Anzahl der Kombinationen

$$\sum_{k=1}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} = 2^n - 1$$

So stehen z.B. 5 Ursachen 31 Kombinationen von Ursachen gegenüber. Allein aus der großen Anzahl der Kombinationen ist zu schließen, daß die Methode, sämtliche Ursachenkombinationen zu berücksichtigen, keinen Erfolg haben wird, unabhängig von den Schwierigkeiten bezüglich der Indikatoren und der Schlußfolgerung von der Kombination auf die konjunktuelle Entwicklung. (1)

Der Meinung, es gäbe keinen typischen Konjunkturzyklus, steht die Auffassung gegenüber, daß das Erfahrungsbild des Sozialproduktes nicht das Erfahrungsbild des Konjunkturzyklus ist. (2) Dieser

-
- (1) Die Frage der Systemimmanenz von Konjunkturschwankungen in kapitalistischen Wirtschaften läßt sich mit dieser Methode nicht beantworten, denn eine Lösung existiert nur, wenn nachgewiesen wird, daß alle Kombinationen stets, bzw. nicht immer Schwankungen erzeugen.
 - (2) Das entspricht der Auffassung Jöhrs, Jöhr (1952), S. 8, daß Erfahrungsbild und Begriff immer in einem gleichzeitigen Denkprozeß entstehen. Aus der Begriffsbildung entsteht dann die Möglichkeit der Theoriebildung.

Alternative liegt die Vorstellung eines typischen Konjunkturzyklus zugrunde, der von exogenen Ursachen ständig gestört wird, so daß kein regelmäßiger Verlauf in der Realität entstehen kann. Neben der Entwicklung eines Zyklenmodells muß also noch die Analyse aller möglichen exogenen Faktoren erfolgen, um eine vollständige geschichtliche Darstellung und daran anschließend eine exakte Prognose zu erzielen.

Die oben angesprochenen Schwierigkeiten bezüglich der Vielzahl der Ursachen und ihrer Kombinationen bestehen also auch hier, umso mehr, je weniger Kausalzusammenhänge in dem Zyklenmodell integriert werden. Einfachen Modellen, wie z.B. dem Hicks-Modell, wird daher eine Absage erteilt, es besteht also ein Widerspruch zwischen der Handlichkeit eines Modells und der methodischen Anforderung an ein solches.

Eine Überwindung dieses Dilemmas der Konjunkturtheorie bietet allein die Aufweichung der Anforderungen. Es soll keine exakte Beschreibung und Prognose gefordert werden. Dies bedeutet für die erste Auffassung, daß nicht mehr die Untersuchung aller Ursachen gefordert wird, sondern nur noch die der wichtigsten. Unter den wichtigsten Faktoren ist die Kombination aller Ursachen zu verstehen, die eine hinreichend genaue Prognose ermöglichen. Die Anforderung an die Prognostizierbarkeit reguliert also die Anzahl der Ursachen. Unterstellt man, daß diese Ursachen zu finden sind, und daß ihre Anzahl genügend klein ist, dann ist

das Problem auf die Betrachtung einer endlichen, übersehbaren Anzahl von Kombinationen reduziert. Sind außerdem noch Indikatoren zu finden, die den Eintritt bestimmter Kombinationen erkennen lassen, so können die geforderten Prognosen gebildet werden. Das ist der methodische Hintergrund des derzeit vom SVR ausgeübten Verfahrens. Die Ergebnisse des SVR sind jedoch nicht so genau, daß von einer hinreichenden Exaktheit gesprochen werden kann.

Bei Vertretung der zweiten Meinung über den Konjunkturzyklus müßte, in Analogie zu dem im vorigen Absatz Gesagten, neben der Ausarbeitung einer empirisch relevanten Theorie die Ermittlung der wichtigsten exogenen Faktoren stehen. Prinzipiell ist also keiner Methode der Vorrang zu geben. Wird jedoch von einer gleichen Anzahl von Faktoren bei beiden Methoden ausgegangen, so läßt sich ein Argument für die zweite Methode finden. Infolge der Endogenisierung eines Teils der Faktoren wird eine Untersuchung erleichtert.

Um aber die zweite Meinung vertreten zu können, was für diese Arbeit notwendig ist, ist es zumindest erforderlich, daß die tatsächlichen Daten Gemeinsamkeiten verschiedener Zyklen aufzeigen. Jöhr (1) versucht, diese Gemeinsamkeiten im Ablauf der Phasen, in der Phasenlänge und Amplitude der Konjunkturschwankungen, im Nachweis der stets gleichen Elemente, die schwanken, und in der Art der Bewegung dieser Elemente nachzuweisen.

(1) Jöhr (1952), S. 61

Die heute gebräuchliche Beschreibung der Konjunkturphasen, Aufschwung, oberer Wendepunkt, Abschwung, unterer Wendepunkt (1), wirft keine Probleme auf. Die Phasen sind allen Konjunkturzyklen eigentümlich und die Reihenfolge ist zwangsläufig. So wenig bedeutsam diese Aussage ist, so zeigt sie doch, daß a) zumindest ein Wechsel zwischen Auf- und Abwärtsbewegung besteht und daß b) die Phasen so und nicht anders beschrieben werden müssen. Es zeigt sich, daß frühere Definitionen der Phasen (2), durch die der Inhalt der Phasen genauer beschrieben werden sollte, ungeeignet sind. So ist z.B. die Phase Depression durchaus nicht allen Konjunkturzyklen gemeinsam, insbesondere im Hinblick auf die Zeit nach dem Zweiten Weltkrieg.

Diese Zeit soll auch für die Beurteilung der Frage entscheidend sein, ob die Länge und Amplitude eines Zyklus konstant ist. Die Antwort, konsequent auf Exaktheit ausgerichtet, müßte lauten: Länge und Amplitude sind in verschiedenen Zyklen verschieden, da es zur Gleichheit notwendig und hinreichend wäre, daß Länge und Amplitude in jedem Zyklus gleich sind. Bei auch nur einer Ausnahme ist die Gleichheit nicht mehr gewährleistet. Dies ist jedoch der Fall, wie sich an Schaubild 1, S. 15 zeigen läßt. In der Zeit von 1954 bis 1971 sind vier Konjunkturzyklen zu erkennen, wenn der Zyklus jeweils vom unteren Wendepunkt zum unteren Wendepunkt gemessen wird. Die Annahme eines unteren

(1) Kromphardt (1972), S. 140

(2) Haberler (1955), S. 258

Wendepunktes im Jahr 1971 beruht auf Schätzung.(1)
Der erste Zyklus umfaßt den Zeitraum von 1954 bis 1957, der zweite den von 1958 bis 1963, der dritte den von 1963 bis 1967, der vierte den von 1967 bis 1971. Drei Zyklen dauerten also vier Jahre, einer fünf Jahre. Bezogen auf Jahresdaten ist daher keine absolute Übereinstimmung festzustellen.

Andere kapitalistische Volkswirtschaften zeigen eine noch größere Streuung bezüglich der Phasenlängen ihrer Zyklen. (2) Insgesamt ist zu erkennen, daß die Dauer der Konjunkturzyklen zwischen 2 und 5 Jahren liegt. Daraus ist zu schließen, daß die Gemeinsamkeit der Zyklen in Bezug auf die Zyklenlänge darin liegt, daß die Länge nicht beliebig variiert, sondern innerhalb eines Zeitraumes von 3 Jahren. Je nach Standpunkt kann dies als ein gemeinsames oder als ein unterscheidendes Merkmal angesehen werden, bei alleiniger Betrachtung der BRD fällt die Entscheidung zugunsten der Gemeinsamkeit leichter.

Die Erscheinung der Divergenz entsteht auch bei der Untersuchung der Amplituden der Zyklen. Eine Messung der Amplitude wird sinnvollerweise bei Konjunkturzyklen durch den Vergleich von Minimum und Maximum und Maximum und Minimum in einem Zyklus vorgenommen, da die so gemessenen beiden Abstände verschieden sein werden. Die Bezeichnung 'Halbzyklus', die sich hier anbietet, ist nicht ganz korrekt, da die Periodizität der Maxima nicht konstant ist.

(1) Jahresgutachten des SVR (1972/73), S. 31

(2) Kromphardt (1972), S. 143

Bezogen auf 'Halbzyklen' zeigt das Bild der Wachstumsraten des Bruttosozialproduktes in der BRD keine gleichen Ausschläge, sie differieren vielmehr zwischen rund 9 v.H. (1955 - 1958) und 3 v.H. (1963 - 1964). Dazwischen liegen die Ausschläge von 1954 - 1955 mit 5 v.H., von 1958 - 1960 mit knapp 6 v.H., von 1960 - 1963 mit 6 v.H., von 1964 bis 1967 mit rund 7 v.H., von 1967 bis 1969 mit nahezu 9 v.H. und von 1969 bis 1971 mit 5 v.H. Die Ausschläge der 'Halbzyklen' in anderen westlichen Industriegesellschaften liegen teils in engeren Grenzen (Frankreich, Italien, Belgien und Großbritannien), teils in gleichen Grenzen (Vereinigte Staaten und Niederlande), teils höher (Japan). (1) Allgemein zeigt sich, daß die Ausschläge zwischen 0,5 v.H. (in Großbritannien von 1956 bis 1957 und Italien von 1959 bis 1960) und 11 v.H. (Japan von 1958 bis 1961) differieren. Eine Verwendung des nominalen Bruttosozialproduktes erhöht diese Differenzen noch mehr.

Fiel die Entscheidung zugunsten der Gemeinsamkeit bei der Zykluslänge noch relativ leicht, so wird es in diesem Fall wesentlich schwieriger. Denn es liegen z.B. in der BRD Ausschlagsdifferenzen von ± 50 v.H. vor, wenn rein willkürlich eine mittlere Ausschlagsgröße von 6 v.H. unterstellt wird. Es ist also Jöhr hier nicht mehr zuzustimmen, daß die Amplitude Gemeinsamkeiten der Konjunkturzyklen aufzeigt. Daraus folgt, daß neben Konjunkturmödeln exogene Faktoren zur Konjunkturerklärung herangezogen werden müssen.

(1) Kromphardt (1972), S. 143

Um die Ansicht vertreten zu können, es gebe den Konjunkturzyklus, ist es notwendig, daß es zumindest zwei Faktoren gibt, die konjunkturell schwanken. In dem einen kommt die Konjunkturbe-
wegung zum Ausdruck, hier also die Wachstumsrate des Sozialproduktes, der andere muß den ersten kausal erklären. Die Überlegungen bezüglich Pha-
senlänge und Amplitude gelten für beide Faktoren.

Nun ist aber die Entwicklung einer Volkswirtschaft nicht allein mit einem Faktor zu erklären, dazu ist das Wirtschaftsleben viel zu komplex. Welche Faktoren aber zur Bildung eines Modells herangezogen werden können, hängt davon ab, ob sie kon-
junkturell schwanken. Andererseits müssen aber alle Faktoren, die diese Bedingung erfüllen, be-
rücksichtigt werden, wenn das Modell vollständig sein soll. (Alle anderen Faktoren sind als exogen zu betrachten.) Ob ein Faktor erklärende oder er-
klärte Größe ist, hängt von der geplanten Theorie ab.

Die Beurteilung, welche Faktoren konjunkturell schwanken, kann je nach Anforderung verschieden sein. Die Ansicht des SVR (1) ist aus der Bildung des Gesamtindikators zu ersehen. Danach schwanken in der geforderten Art und Weise:

1. Auftragseingang aus dem Inland für die Ver-
brauchsgüterindustrien
2. Auftragseingang aus dem Inland für die Investi-
tionsgüterindustrien

(1) Jahresgutachten des SVR (1970), S. 125

3. Auftragseingang im Maschinenbau
4. Beurteilung der Fertigwarenlager in der verarbeitenden Industrie
5. Beurteilung der Fertigwarenlager in den Investitionsgüterindustrien
6. Lohnsumme je geleistete Arbeitsstunde in der Industrie insgesamt (ohne Energie und Bau)
7. Industrielle Nettoproduktion in der verarbeitenden Industrie
8. Industrielle Nettoproduktion in den Investitionsgüterindustrien
9. Geldvolumen
10. Kurzfristige Kredite der Kreditinstitute an inländische Unternehmen und Privatpersonen
11. Zahl der Arbeitslosen
12. Tariflohn- und -gehaltsniveau je Stunde (Gesamtwirtschaft)

Es ist zu erkennen, daß die hier am meisten interessierende Bedingung 4 (S.19) erfüllt ist. Die Nachfrage kommt in 1 - 3 zum Ausdruck, die Lagerhaltung in 4 und 5, das Angebot in 7 und 8, die Kostenentwicklung in 6 und 12, die Geldversorgung in 9 und 10 und der Arbeitsmarkt in 11.

Einen anderen Katalog erstellt Jöhr (1). Seiner Meinung nach schwanken mit Sicherheit:

1. die Beurteilung der Absatzaussichten durch die Unternehmer
2. die Kurve des realen Sozialproduktes
3. die Kurve des nominellen Volkseinkommens
4. die Kurven der Preisindices
5. die Kurven der Lohnsätze

(1) Jöhr (1952), S. 73

6. der Beschäftigungsgrad

7. der Grad der Ausnutzung der Produktionsanlagen

An Hand dieser Aufzählung von Jöhr wird nun versucht zu erklären, welche Faktoren die Konjunktur beschreiben und welche Faktoren zur Kausalerklärung dienen. Ausgangspunkt ist hier das geplante Modell. Die Art des Modells determiniert die Definition der Konjunktur. Diese wiederum bestimmt die erklärten Größen. Im Rahmen dieser Arbeit kommt daher in Punkt 2 und 3 die Schwankung zum Ausdruck.

Eine mögliche Kausalkette wird im folgenden vorgestellt. Punkt 1 sei aufgrund seiner Komplexheit die Haupterklärungsgröße. In ihm kommen die wichtigsten Komponenten des Angebots zusammen, wie geplante Kapitalausstattung, geplante Beschäftigung, daraus resultierend das geplante Güterangebot und die geplante Lagerhaltung sowie auch die geplanten Preise. Punkt 1 beeinflusst also direkt die Punkte 4, 6 und 7. Zusammen mit dem Punkt 5 bestimmt dann die Abweichung zwischen tatsächlicher und vermuteter Nachfrage endgültig die Punkte 4, 6 und 7, die dann direkt die Punkte 2 und 3 bestimmen. Es wird nun nicht behauptet, daß dies die einzig mögliche Kausalkette ist, die sich aus den Faktoren 1 - 7 ableiten läßt; auf jeden Fall wird hieraus deutlich, daß ein Konjunkturmodell, das den Anspruch der Vollständigkeit erhebt, Nachfrage- und Angebotsseite umfassen muß. Alle Faktoren, deren konjunkturelle Schwankung festgestellt wird, müssen in das Modell eingehen oder aus ihm hervorgehen.

Ein Vergleich der beiden Aufstellungen zeigt, daß der SVR eine differenziertere Betrachtung anstellt, die aber letztlich die Folgerung von Jöhr unterstützt, daß es konjunkturell schwankende Elemente gibt, die in jedem Zyklus auftreten.

Der letzte Punkt Jöhrs, der die Existenz des Konjunkturzyklus stützen soll, ist die Übereinstimmung in der Art der Bewegung der konjunkturell schwankenden Elemente. Hier wird das Problem der Kompensation der Elemente bei "gleichgearteten wirtschaftlichen Größen" angesprochen. (1) Wirtschaftliche Größen sind Branchen, Industrien oder Produktionsstufen. Sicher ist eine gewisse Kompensation nicht auszuschließen, - wie auch die ebenfalls unter diesem Punkt erfaßte Existenz von Lag-lead-beziehungen der Elemente untereinander - die Bedeutung für den Nachweis des Konjunkturzyklus ist jedoch gering. Eine starke Kompensation hätte zur Folge, daß konjunkturell schwankende, gesamtwirtschaftliche Elemente nicht mehr feststellbar wären. Dies ist aber nicht der Fall. Das Vorhandensein von Lag-lead-beziehungen hat lediglich zur Folge, daß verschiedene Elemente unterschiedliche Zyklen aufweisen. Für die Existenz des Konjunkturzyklus ist eine Übereinstimmung aber nicht notwendig, da Lag-lead-erscheinungen in ein Modell eingehen können. Somit ist dieses Problem ein Unterproblem des vorherigen Punktes.

Mit dem bisher Gesagten konnten also nur gewisse Indizien für das Bestehen eines typischen Konjunkturzyklus aufgezeigt werden, die aber keinesfalls erschöpfend sind, so daß gleichberechtigt neben der Annahme des Konjunkturzyklus die Ablehnung

(1) Jöhr (1952), S. 73 ff

akzeptiert werden muß. Wenn also wie hier die empirische Relevanz eines Modelles untersucht wird, so war vorab darzulegen, daß die Existenz des Konjunkturzyklus vorausgesetzt wird.

Daran anschließend ist nun zu untersuchen, welche weiteren grundlegenden Annahmen zu machen sind, um den Konjunkturzyklus mit einem Oszillationsmodell vom Hicks-Typ erklären zu können. Wie schon auf S.26 angedeutet wurde, müssen alle Faktoren, die den Verlauf des Sozialproduktes beeinflussen, in endogene und exogene Elemente aufgeteilt werden. Unter endogenen Faktoren sind alle die zu verstehen, die aus dem zu untersuchenden Modell heraus erklärt werden. Es ist also unmöglich, die Art eines Faktors ohne das betrachtete Modell anzugeben. Ob ein Faktor endogen oder exogen ist, hängt allein von dem entsprechenden Modell ab. Bei verschiedenen Modellen kann daher ein Faktor einmal exogener und ein anderesmal endogener Natur sein.

Der Einfluß eines endogenen Faktors ist im Zeitablauf konstant oder seine Wirkung ändert sich nur allmählich. Die Bildung der endogenen Faktoren wird also durch ein ständig gleiches Zusammenspiel mehrerer Elemente vollzogen. Im Gegensatz dazu werden die exogenen Faktoren allein durch "ihre Veränderung wirksam".(1) Daraus geht hervor, daß in ein Modell nur exogene Faktoren eingeführt werden können, über die die Behauptung aufgestellt werden kann, daß sie sich ständig gleich verändern. Die Veränderung wird natürlich nicht durch das Modell erklärt. Der Begriff "gleich" bedeutet hier

(1) Jöhr (1952), S. 141

nur, daß sich die Faktoren unter bestimmten Umständen zu bestimmten Zeiten nicht unterschiedlich verhalten. Die Umstände, die den Faktor verursachen, müssen also nicht in jedem Zeitpunkt eintreten. Daraus geht nun hervor, daß es schwierig sein wird, eine größere Anzahl exogener Faktoren zu analysieren. Ohne vorhergehende Untersuchung des entsprechenden Modells ist das jedoch ganz unmöglich, da das Modell erst Auskunft über die Art und Weise des typischen Zyklus gibt.

Der erste, aber nicht der letzte Schritt zur Erklärung der Realität ist also die Untersuchung des Oszillationsmodells, das aus endogenen Faktoren und sehr wenigen exogenen Faktoren, die aber eine vollkommen regelmäßige Veränderung im Zeitablauf aufweisen müssen, besteht. Die Fähigkeit dieser Faktoren, eine konjunkturelle Schwankung zu erzeugen, wird von Jöhr (1) mit dem Begriff Kernprozeß belegt.

Es entsteht nun die Frage, wie der Kernprozeß prinzipiell erklärt werden kann. Jöhr (2) weist darauf hin, daß neben der mechanistischen Erklärung eine sozialpsychologische möglich ist, da auch durch sie die bereits erwähnten Voraussetzungen bezüglich des Kernprozesses erfüllt werden. Eine sozialpsychologische Erklärung ist nach Jöhrs Auffassung der mechanistischen vorzuziehen, da sie nicht die Regelmäßigkeiten aufweisen muß, die einer mechanistische Erklärung aufgrund ihrer Kon-

(1) Jöhr (1952), S. 273

(2) Jöhr (1952), S. 588 ff

struktion immer innewohnen. (1) Es ließe sich so auch der Nachweis des Konjunkturzyklus besser führen, da die Bedeutung der Phasenlänge und der Amplitude weit hinter die Darstellung stets gleicher schwankender Elemente zurücktritt.

Für eine mechanistische Konzeption des Kernprozesses spricht die größere Operationalität dieser Methode. Das allein ist aber nicht als hinreichender Nachweis für die Berechtigung mechanistischer Konjunkturmodelle anzusehen. Ein negativer oder positiver Nachweis kann nicht geführt werden. Daher wird die Prämisse gesetzt, daß der Kernprozeß durch ein mechanistisches Oszillationsmodell erklärt werden kann. Implizit ist diese Prämisse in allen derartigen Modellen enthalten; eine befriedigende Lösung stellt das Verfahren jedoch nicht dar. Um aber überhaupt solche Modelle untersuchen zu können, bleibt nichts anderes, als die Prämisse zu akzeptieren.

(1) Jöhr (1952), S. 618

III. Die Beurteilung von Gleichgewichtskonzepten in Konjunkturmodellen

Das Ergebnis der Abschnitte I und II ist, daß der Gegenstand der hier vorzunehmenden konjunkturtheoretischen Analyse eine idealisierte Schwankung des Sozialproduktes in dem Sinn ist, daß die Wachstumsraten des Sozialproduktes eine sinusförmige (1) Bewegung um eine konstante, von Null verschiedene Achse vollführen, die so liegt, daß die minimalen Wachstumsraten stets positiv sind. Hierin kommt die Wunschvorstellung zum Ausdruck, daß sich die tatsächliche Entwicklung des Sozialproduktes so vollziehe, wenn keine singulären exogenen Störungen vorlägen. Es ist nun zu klären, wie sich das Sozialprodukt aus dem Zusammenspiel von Angebot und Nachfrage im Hicks-Modell ergibt und ob die Bildung des Sozialproduktes im Hicks-Modell mit der in der BRD zu beobachtenden Sozialproduktsbildung übereinstimmt.

Hicks stellt in seinem ursprünglichen Osziallationsmodell drei Nachfragefunktionen auf, eine Konsumfunktion und zwei Investitionsfunktionen. Die Summe der aus diesen Funktionen resultierenden Periodenwerte ergibt die Gesamtnachfrage einer Periode. Hicks unterstellt nun, daß sich das Angebot der Nachfrage anpaßt; die Anbieter reagieren also mit einer unendlich großen Reaktionsgeschwindigkeit. Somit herrscht in jeder Periode Gleichheit von Angebot und Nachfrage. Hicks baut also ein Gleichgewichtskonzept in sein Modell ein. Da eine Zeitpunktanalyse (Zustandsanalyse) vorgenommen wird, handelt es sich um ein statisches Gleichgewicht nach Ott. (2)

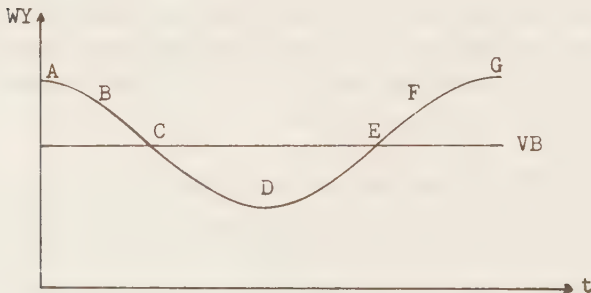
(1) Die mathematische Behandlung wird hiermit vereinfacht (harmonische Analyse)

(2) Ott (1963), S. 28

Die Entwicklung in der BRD zeigt nun, daß Angebot und Nachfrage durchaus nicht immer gleich sind. Aus der Darstellung des Auslastungsgrades des Produktionspotentials (1) ist abzulesen, daß in Phasen der Hochkonjunktur, in denen der Auslastungsgrad sehr hoch ist, einer hohen Nachfrage nur ein begrenztes Angebot gegenüberstehen kann, da kaum Kapazitätsreserven vorhanden sind. Das Angebot bestimmt in diesen Situationen das Sozialprodukt, keinesfalls die Nachfrage.

Am Beispiel des idealen Zyklus soll nun verdeutlicht werden, wann dieses Sozialprodukt angebots- oder nachfragedeterminiert ist. Zur besseren Verständnis wird der Idealzyklus graphisch dargestellt:

Schaubild 2 (2)



VB: Unterstellte Vollbeschäftigungslinie

Im Punkt A, einem relativen Maximum, ist die Nachfrage höher als das Angebot, das Angebot limitiert somit das tatsächliche Sozialprodukt. Sinkende Nachfrage ab oder kurz vor dem Zeitpunkt A indiziert

(1) Jahresgutachten des SVR (1972/73), S. 50

(2) Kromphardt (1972), S. 140

auch einen Rückgang des Angebots, der jeweils relativer Natur ist. Da die Wachstumsraten des Angebots immer noch kleiner als die Wachstumsraten der Nachfrage sind, wird das tatsächliche Sozialprodukt immer noch durch das Angebot bestimmt. Es erfolgt aber eine Annäherung der Wachstumsraten, die in irgendeinem Punkt zur Übereinstimmung führt. Dieser Punkt soll zunächst mit der Mittellage, der Geraden, die durch die Punkte C und E festgelegt ist, gekennzeichnet werden. Da auf dieser Linie die Wachstumsraten von Angebot und Nachfrage, die aus den jeweiligen Plänen der Anbieter und Nachfrager resultieren, gleich sein sollen, ist es gerechtfertigt, diese Gerade als unterstellte Vollbeschäftigungslinie zu bezeichnen.

Ab Zeitpunkt C determiniert die Nachfrage das Sozialprodukt, da die Wachstumsraten des Angebots höher sind als die der Nachfrage. Bis zum Zeitpunkt D, dem Ende des Abschwungs, entwickeln sich die Wachstumsraten von Angebot und Nachfrage auseinander, danach findet der umgekehrte Prozeß statt. In Punkt E sind beide Wachstumsraten gleich, die Gleichgewichtslage ist aber nicht von Dauer. Ab Punkt E ist dann der Aufschwung durch ein Auseinandergehen der Wachstumsraten von Angebot und Nachfrage gekennzeichnet. Der Aufschwung findet im Zeitpunkt G sein Ende, ein neuer Abschwung beginnt, der Ablauf wiederholt sich wie schon oben beschreiben.

Diese Beschreibung ist jedoch abhängig von der Lage der unterstellten Vollbeschäftigungslinie. In

der vorliegenden Beschreibung ist die Vollbeschäftigungslinie, also die Linie, auf der die Wachstumsraten von Angebot und Nachfrage gleich sind, mit der Mittellage in Einklang gebracht worden. Dieses Vorgehen ist jedoch willkürlich. Aus den Ausführungen des SVR über die Kapazitätsauslastung (1) ist abzulesen, daß der Auslastungsgrad nie 100 v. H. erreicht hat. Somit ist kein Maß für die Vollbeschäftigungslinie gegeben, solange aus Strukturgründen eine hundertprozentige Auslastung nicht eintreten kann. Es ist daher zu rechtfertigen, die Vollbeschäftigungslinie statt durch C/E durch beispielsweise B/F gehend anzunehmen.

Unabhängig von einer Fixierung der Vollbeschäftigungslinie ist die Erkenntnis auch aus dieser Betrachtung, daß eine Konjunkturtheorie die Nachfrage- und Angebotsseite umfassen muß. Angebots- und Nachfrageerklärung müssen parallellaufen, wobei das Minimum der beiden Größen das tatsächliche Sozialprodukt ergibt.

Es bleibt festzuhalten, daß Gleichgewichtstheorien die empirische Basis fehlt. Diese Erkenntnis wird aber vor allem dann nicht beachtet, wenn es um die Errichtung von Modellen geht. Modell der neoklassischen Wachstumstheorie können als beispielhaft für diese Mißachtung gelten.

Nun werden in der Konjunkturtheorie neben statischen auch dynamische Gleichgewichtsbetrachtungen angestellt. Ein dynamisches Gleichgewicht liegt vor, wenn eine Wirtschaft stets mit konstanter Wachstumsrate wächst, von ihr also niemals abweicht. Die Be-

(1) Gutachten des SVR (1970), S. 14

deutung des dynamischen Gleichgewichts ist analog der Bedeutung des statischen Gleichgewichts zu sehen.

In der Realität gibt es kein Beispiel einer Volkswirtschaft, die langfristig mit einer konstanten Wachstumsrate wächst. Es könnte aber unterstellt werden, daß eine Tendenz zu einer gleichgewichtigen Entwicklung besteht, diese jedoch durch ständige Störungen niemals erreicht wird. Eine Entwicklung im Gleichgewicht ist somit ein Idealfall. Eine empirische Bedeutung kommt diesem Fall nicht zu, dazu müßte erklärt werden, warum ständig Abweichungen vom Gleichgewicht vorliegen. Ein Konjunkturmodell, das unter der Voraussetzung der Existenz eines dynamischen Gleichgewichts gebildet wird, muß also neben der Erklärung abnehmender zyklischer Bewegung (das wäre als Kernprozeß anzusehen) exogene Faktoren einführen, die die zyklische Bewegung ständig anstoßen. Der Unterschied gegenüber den Modellen, die als Voraussetzung eine ungleichgewichtige Entwicklung haben, ist dann aber gering.

Aus der Forderung, Konjunkturmodelle sollen die Realität erklären, ergibt sich somit, daß Gleichgewichtskonzepte eingeführt werden können, solange daran anschließend die Abweichungen erklärt werden. Eine Analyse der Gleichgewichte allein ist sinnlos.

C Die möglichen Konjunkturverläufe im Modell von Hicks

I. Die Darstellung des originalen Oszillations- modelles

Der Gedanke liegt nahe, das Hicks'sche Modell auf seine Fähigkeit hin zu untersuchen, die Realität zu erklären, da Hicks selbst diesen Anspruch für sein Modell erhebt. (1) Es ist die Aufgabe des Kapitels C, die Berechtigung dieses Anspruchs zu überprüfen.

1. Die Bausteine des Modells

1.1. Die allgemeinen Elemente

Das Hicks-Modell ist keine vollständige Neuschöpfung, vielmehr die Zusammenfassung von drei Teilen, die im einzelnen früher schon bekannt waren. Als erstes nennt Hicks die Multiplikatoranalyse in der Keynes'schen Form. (2) Dem ist jedoch nur bedingt zuzustimmen, im Hinblick auf die tatsächliche Stellung der

(1) Hicks (1950), S. 89. Bei der Untersuchung der Größe des Akzelerators - daraus resultiert die Erörterung, ob das Modell sich asymptotisch annähernd, ab- oder zunehmend schwingend oder explosiv bewegt - überlegt Hicks, "which of these alternatives is most likely to correspond with actual experience, and which of them could be an element in the explanation of a cycle such as we find in reality". Daraus ist auf den Anspruch zu schließen, die Realität nachvollziehen zu wollen. Dies wird ihm jedoch von Jöhr beispielsweise nicht zugestanden (Jöhr (1952), S. 450)

(2) Hicks (1950), S. 3 und S. 11 ff

Multiplikatoranalyse im Hicks-Modell. Der Grundgedanke der Multiplikatoranalyse, daß mit Hilfe eines Parameters die Änderung einer autonomen Größe die Veränderung einer anderen Größe erklärt, ist nur bei der Erwähnung des Supermultiplikators (1) zu entdecken, dem aber nur eine nebensächliche Stellung eingeräumt wird. Dieser Supermultiplikator bestimmt das Niveau des Trends und somit auch die Veränderung des Trends aufgrund einer Veränderung der autonomen Ausgangsgröße des Modells. Die Stelle jedoch, an der Hicks behauptet, Keynes' Gedanken nachzuvollziehen (2), zeigt eigentlich die Bildung einer Konsum- resp. Sparfunktion, die insofern unkeynesianisch ist (3), als einmal die Sparquote konstant, zum anderen der Konsum allein abhängig vom Einkommen der Vorperiode angesehen wird. Die Konsumfunktion enthält also einen Robertson-Lag.

Der zweite Baustein des Hicks-Modells ist die Akzeleratorhypothese, die bereits von Samuelson mit dem Multiplikator kombiniert wurde. Während Samuelson als Ursache der Akzeleration die Veränderung des Konsums ansieht (4), ersetzt Hicks diese durch die Veränderung der Einkommen. (5)

Schließlich ist der dritte Pfeiler des Hicks'schen Modells die Vorstellung Harrods (6) einer wachsenden

(1) Hicks (1950), S. 62

(2) Hicks (1950), S. 11 ff

(3) Jöhr (1952), S. 559. Dazu ist zu sagen, daß Hicks sich abzusichern versucht, indem er Keynes die gesamte Cambridge-Schule, also auch Robertson, zur Seite stellt.

(4) Samuelson (1967), S. 235 ff

(5) Hicks (1950), S. 37

(6) Harrod (1966), S. 63 ff

Wirtschaft, der Bevorzugung einer Theorie des Outputs vor einer Theorie der Beschäftigung und der Einführung einer exogenen Obergrenze, die jedoch erst in der Weiterführung des Grundmodells relevant wird. (1)

Nachdem die Grundpfeiler des Hicks-Modells aufgezeigt wurden, sollen die einzelnen Verhaltenshypothesen dargestellt werden.

1.2. Die Hypothese über das Konsumverhalten

Im Grundmodell wird angenommen, daß der Konsum proportional dem Einkommen der Vorperiode ist, die Kosumfunktion hat also die Form (2):

$$45.1. \quad C_t = c \cdot Y_{t-1}$$

Oppenländer (3) vergleicht diese Konsumfunktion mit den Ergebnissen der Forschung über das Konsumverhalten. (4)

Die Konsumforschung wird von ihm in drei Stadien eingeteilt:

1. Die Nachkeynesianische Periode
2. Die Einführung von Demonstration und Habit Persistence Effect

(1) Hicks (1950), S. 6 - 10 und S. 56 ff

(2) Die erste Zahl der Nummerierung der Gleichungen gibt die Seitenzahl an, die zweite die Stellung innerhalb der Reihenfolge der Gleichungen auf dieser Seite. Dieses Verfahren wird gewählt, um bei einer anderseitigen Erwähnung einer Gleichung diese leichter auffinden zu können.

(3) Oppenländer (1963), S. 112

(4) Oppenländer (1963), S. 95

3. Die Entwicklung der Modigliani-Brumberg-Friedman-Hypothese

Die wichtigsten Erkenntnisse des ersten Stadiums sind:

- a) Der Konsum wird hauptsächlich durch das Einkommen bestimmt.
- b) Es ist sinnvoll, Konsum und Einkommen nach sozialen Gruppen aufzuspalten, die Aufspaltung des Einkommens liefert jedoch die bedeutenderen Erkenntnisse.
- c) Es wird erwähnt, daß neben dem Einkommen noch andere Größen wie z.B. Preise und Bevölkerungsentwicklung herangezogen werden können, die Bedeutung wird aber als nicht allzu hoch angesehen.
- d) Eine wichtige Erklärungsgröße des Konsums ist die Vermögenslage der Konsumenten.
- e) Die Einführung des Robertson-Lags wird befürwortet, es besteht jedoch Uneinigkeit über die Länge des Lags.

Das zweite Stadium liefert folgende Einsichten:

- a) Der Unterschied zwischen lang- und kurzfristiger Konsumfunktion wird bestätigt, die Kombination beider Funktionen führt zu der Annahme von Ratchet-Effekten.
- b) Die Bedeutung der Stellung des Konsumenten in der Einkommenspyramide und die daraus resultierende Orientierung des Konsumentenverhaltens an dem Verhalten der gleichen sozialen Schicht dient zur Begründung des Ratchet-Effektes.
- c) Eine Verbesserung der Kausalerklärung wird durch den Austausch des höchsten bisher erreichten Einkommens durch den entsprechenden Konsum bei dem Ratchet-Effekt erzielt.

Die Veränderungen im dritten gegenüber dem ersten und zweiten Stadium sind:

- a) Ein Kausalzusammenhang zwischen Konsum und dem durchschnittlichen erwarteten zukünftigen Einkommen, das nicht aus Vermögensteilen herrührt, wird unterstellt.
- b) Damit im Zusammenhang steht die Aufteilung des Konsums in permanenten und transitorischen Konsum, der transitorische Teil des Konsums wird als zufallsbestimmt angesehen.

Oppenländer sieht das dritte Stadium als noch nicht beendet an, ein Vergleich der Hicks'schen Konsumfunktion mit den von ihm nicht akzeptierten Ergebnissen des dritten Stadiums entfällt daher. (1)

Die Konsumfunktion 45.1 ist nun mit den Ergebnissen des ersten Stadiums zu vergleichen. Die Punkte c und d werden vernachlässigt, da ihre Bedeutung gering geschätzt wird. Die Punkte a und e sind von Hicks berücksichtigt worden, der von ihm gewählte Lag ist jedoch mit Sicherheit zu lang, jedenfalls wenn man von der üblichen Periodenlänge von einem Jahr ausgeht. Dieser Kritikpunkt entsteht auch im Zusammenhang mit dem Punkt b, der Aufspaltung des Einkommens in Kapital- und Nicht-Kapital-Einkommen. Während ein Lag von einem Jahr in der Konsumfunktion bei Kapitaleinkommen zu vertreten ist, muß ein Lag von mehr als der Hälfte der üblichen Einkommensperiode bei Nicht-Kapital-Einkommen (ein Monat) abgelehnt werden. Eine relevantere Konsumfunktion wäre also:

(1) Oppenländer (1963), S. 112

$$48.1 \quad C_t = c_1 \cdot Y_t + c_2 \cdot Y_{t-1}$$

Diese Funktion wird aber von Hicks zu keiner Zeit in Betracht gezogen.

Der Vollständigkeit halber sei hier bereits erwähnt, daß Hicks in einer Weiterführung des Grundmodells die Konsumfunktion modifiziert:

$$48.2. \quad C_t = c_1 \cdot Y_{t-1} + c_2 \cdot Y_{t-2} + \dots + c_r \cdot Y_{t-r}$$

Diese Funktion stimmt mit der aus dem zweiten Stadium resultierenden Konsumfunktion, insbesondere unter Berücksichtigung des Punktes c, überein. Die Funktion hat folgendes Aussehen (1):

$$48.3 \quad C_t = c_1 \cdot Y_t + c_2 \cdot C_{t-1}$$

Die Gleichungen 48.2 und 48.3 stimmen nahezu überein. Wird in den Konsum-Term auf der rechten Seite von 48.3 die gesamte Gleichung 48.3 (r-1)-mal sukzessive eingesetzt, so entsteht die Gleichung 48.2. Eine genaue Übereinstimmung liegt jedoch wegen der Existenz von Y_t in 48.3 nicht vor. Dazu müßte die Hicks'sche Fassung der Konsumfunktion modifiziert werden.

(1) Oppenländer (1963), S. 115, abgewandelte Form

1.3. Die Investitionshypothesen

Die Investitionsfunktion im Hicks-Modell besteht aus zwei Teilen; die Investitionen sind in eine exogene und eine endogene Komponente aufgespalten. Die exogene Größe, sie wird von Hicks autonome Investition genannt, umfaßt "public investment, investment which occurs in direct response to inventions, and much of the 'long-range' investment". (1) Es wird angenommen, daß die autonomen Investitionen mit einer konstanten Wachstumsrate wachsen, dies ist jedoch eine Vereinfachung, denn Hicks schließt nicht aus, daß sie auch in Wirklichkeit Schwankungen zeigen können. (2) Der endogene Teil, induzierte Investition genannt, entstehe (lt. Hicks) aufgrund des Akzelerationsprinzips. Die Investitionsfunktion hat die Form:

$$49.1 \quad I_t = I_{AUT}_t + I_{IND}_t = A_0 \cdot (1+r)^t + B \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

In den autonomen Investitionen kommt die Harrod'sche Vorstellung der wachsenden Wirtschaft zum Ausdruck, die Investition ist also der vielgenannte 'deus ex machina', der für das ständige Wachstum des Modells verantwortlich ist. Es soll an dieser Stelle nicht auf die Diskussion um das Für und Wider der Hicks'schen Aufteilung eingegangen werden. Sicher ist, daß neben von der Veränderung des Einkommens abhängigen Investitionen davon unabhängige existieren. Sicher ist ebenfalls, daß der Entwicklung der realen Investitionen ein Trend unterstellt werden kann. (3) Das

(1) Hicks (1950), S. 59

(2) Hicks (1950), S.63

(3) Das läßt sich aus der graphischen Darstellung der Investitionen ablesen, s. Kromphardt (1972), S. 146, 147.

Verfahren, zwischen beidem einen Zusammenhang herzustellen, ist "an expository device and no more". (1) Eine Entscheidung über die Berechtigung dieses Kunstgriffs ist nur anhand der Ergebnisse des Modells möglich.

Gegen das Akzelerationsprinzip in seinen vielfältigen Formen, (Abhängigkeit der Investitionen von der Veränderung des Einkommens, Abhängigkeit der Investitionen von der Veränderung des Konsums, unterschiedliche Datierung der erklärenden Größen) sind viele Einwände erhoben worden. (2) Die wichtigsten, bezogen auf die Hicks'sche Fassung des Akzelerationsprinzips, sind:

- 1) Die Produktionskapazitäten müssen stets ausgelastet sein.
- 2) Die Anbieter müssen daher stets ihre Kapazitäten an die Nachfrage anpassen wollen.
- 3) Die alleinige Abhängigkeit von der Veränderung des Einkommens und nicht vom Einkommensniveau ist wenig plausibel.

Diese Einwände zeigen Schwächen des Akzelerationsprinzips auf, die nur durch einen partiellen oder totalen Ersatz dieses Prinzips beseitigt werden können. In Teil E wird dieser Ersatz durchgeführt.

(1) Hicks (1950), in: Preface to the third Impression, S. VII

(2) Eckaus (1967), S. 212 ff; Evans (1969), S. 80, 81; Matthews (1967), S. 191 ff; Oppenländer (1963) S. 121 ff

2. Die Entwicklung und das Ergebnis der Finalgleichung

Zu den Verhaltensgleichungen 49.1 und 45.1 muß
noch die Definitionsgleichung

$$51.1 \quad Y_t = C_t + I_t$$

hinzukommen, damit die Entwicklung der Nachfrage ermittelt werden kann. Gleichung 51.1 wird vielfach als Gleichgewichtsbedingung formuliert (1), die linke Seite der Gleichung stellt dann das Angebot dar, auf der rechten Seite steht die Nachfrage. Y könnte somit als das Sozialprodukt bezeichnet werden. Davon wird hier abgesehen, da erst die Einbeziehung von Angebotsgrößen die Erklärung des Sozialproduktes sichert. Es liegt somit zunächst nur eine Erklärung der Nachfrageentwicklung vor.

Das formale Modell besteht also aus den drei Gleichungen:

$$51.2 \quad C_t = c \cdot Y_{t-1}$$

$$51.3 \quad I_t = \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + A_0 \cdot (1+r)^t$$

$$51.4 \quad Y_t = C_t + I_t$$

Die Gleichungen stellen ein System mit drei endogenen Unbekannten (Y , C , I) dar; da sie linear unabhängig sind, ist eine Lösung möglich. c und β

(1) Kromphardt (1972), S. 171

sind Verhaltensparameter, A_0 gibt die Höhe der autonomen Investition im Zeitpunkt 0 an und r ist die Wachstumsrate der autonomen Investition.

Der erste Schritt zur Lösung erfolgt durch Einsetzen von 51.2 und 51.3 in 51.4:

$$52.1. Y_t = c \cdot Y_{t-1} + \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + A_0 \cdot (1+r)^t$$

Eine Zusammenfassung der Nachfragegrößen auf einer Seite der Gleichung führt zur Finalgleichung:

$$52.2 Y_t - (c+\beta) \cdot Y_{t-1} + \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) = A_0 \cdot (1+r)^t$$

Somit liegt als Finalgleichung eine inhomogene Differenzengleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten vor. (1)(2)

Die Lösung dieser Gleichung besteht aus der Summe der

- a) allgemeinen Lösung der homogenen Differenzengleichung und der
- b) speziellen Lösung der inhomogenen Differenzengleichung.

Die spezielle Lösung (b) erfolgt über den Ansatz (3):

$$52.3. \bar{Y}_t = a_1 \cdot A_0 \cdot (1+r)^t$$

a_1 ist der Hicks'sche Supermultiplikator. Zu seiner Bestimmung wird 52.3 in 52.2 eingesetzt:

-
- (1) Zur Begründung der Ausführlichkeit der mathematischen Behandlung s. S.5
 - (2) Die Lösung dieser Gleichung erfolgt in Anlehnung an Stöwe-Härtter (1967)
 - (3) Dieser Ansatz wird immer in Anlehnung an die Form der rechten Seite von 52.2. aufgestellt.

$$\begin{aligned} 53.1 \quad & a_1 \cdot A_0 \cdot (1+r)^t - (c+\beta) \cdot a_1 \cdot A_0 \cdot (1+r)^{t-1} + \\ & \beta \cdot a_1 \cdot A_0 \cdot (1+r)^{t-2} = A_0 \cdot (1+r)^t \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck wird durch $A_0 \cdot (1+r)^{t-2}$ dividiert:

$$53.2 \quad a_1 \cdot (1+r)^2 - (c+\beta) \cdot a_1 \cdot (1+r) + \beta \cdot a_1 = (1+r)^2$$

Die linke Seite von 53.2 wird nach a_1 aufgelöst:

$$53.3 \quad a_1 \cdot ((1+r)^2 - (c+\beta) \cdot (1+r) + \beta) = (1+r)^2$$

Daraus kann a_1 bestimmt werden:

$$53.4 \quad a_1 = \frac{(1+r)^2}{(1+r)^2 - (c+\beta) \cdot (1+r) + \beta}$$

Mit der Lösung von a_1 ist eine spezielle Lösung der inhomogenen Differenzengleichung gefunden. Sie ist:

$$53.5 \quad \bar{Y}_t = \frac{A_0 \cdot (1+r)^2}{(1+r)^2 - (c+\beta) \cdot (1+r) + \beta} \cdot (1+r)^t$$

Diese Lösung existiert nur, wenn der Nenner von Null verschieden ist.

Gleichung 53.5 gibt den Trend des Modells an, der abhängig ist von den Parametern c , β und r , sowie von der vorzugebenden Niveaulage der autonomen Investitionen, A_0 . Es zeigt sich, daß die Wachstumsrate der autonomen Investitionen auch die Wachstumsrate der Nachfrage ist, es handelt sich also bei den autonomen Investitionen um den Motor des Systems (s. Behauptung auf S.49).

Im Rahmen einer Konjunkturtheorie ist aber nicht der Trend, sondern die Abweichung von ihm von größerem Interesse. Die Abweichungen von dem Trend beschreibt die allgemeine Lösung der homogenen Differenzengleichung. Diese Lösung erfolgt über den Ansatz:

$$54.1 \quad \bar{y}_t = k^t$$

54.1 muß in den homogenen Teil der Gleichung 53.5 eingesetzt werden. Der homogene Teil ist:

$$54.2 \quad y_t - (c+\beta) y_{t-1} + \beta y_{t-2} = 0$$

Mit 54.1 folgt daraus:

$$54.3 \quad k^t - (c+\beta) k^{t-1} + \beta k^{t-2} = 0$$

Nach Division durch k^{t-2} resultiert:

$$54.4 \quad k^2 - (c+\beta) k + \beta = 0$$

54.4 ist die 'charakteristische Gleichung' der Differenzengleichung 54.2. Sie hat zwei Wurzeln, die entweder reell und gleich, reell und verschieden oder imaginär und konjugiert komplex sein können. Die Wurzeln werden nach der allgemeinen Lösungsmethode für quadratische Gleichungen ermittelt:

$$54.5 \quad k_{1/2} = \frac{(c+\beta) \pm \sqrt{(c+\beta)^2 - 4 \cdot \beta}}{2}$$

Es liegen somit zwei Lösungen $\bar{\bar{Y}}_{1,t} = k_1^t$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t} = k_2^t$ vor; der Fall reell gleicher Wurzeln wird zunächst außer Acht gelassen. Gesucht wird jedoch, wie bereits erwähnt, eine allgemeine Lösung. Daher entsteht die Frage, ob $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t}$ überhaupt allgemeine Lösungen sein können. Dies ist, wie sich zeigen wird, nicht der Fall. Denn wenn $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ eine Lösung der Differenzengleichung 54.2 ist, dann ist auch $c_1 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t}$ (c_1 ist eine beliebige Konstante verschieden von Null) eine Lösung der Differenzengleichung. Das wird durch Einsetzen von $c_1 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t}$ in 54.2 nachgewiesen. Es ist:

$$55.1 \quad c_1 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t} - c_1 \cdot (c+\beta) \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-1} + c_1 \beta \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-2} = 0$$

c_1 wird in 55.1 ausgeklammert:

$$55.2 \quad c_1 \cdot (\bar{\bar{Y}}_{1,t} - (c+\beta) \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-1} + \beta \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-2}) = 0$$

Da $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ eine Lösung der Differenzengleichung 54.2 ist, muß der Ausdruck in der Klammer auf der linken Seite von 55.2 Null sein. Somit ist auch $c_1 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t}$ eine Lösung von 54.2, denn 55.2 ist erfüllt. Die analoge Betrachtung gilt natürlich für $\bar{\bar{Y}}_{2,t}$. Daraus folgt aber, daß $\bar{\bar{Y}}_{1,t} = c_1 \cdot k_1^t$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t} = c_2 \cdot k_2^t$ allgemeinere Lösungen der Differenzengleichung 55.1 sind als $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t}$, denn sie sind als Spezialfälle von $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t}$ für $c_1 = c_2 = 1$ anzusehen.

Wenn aber $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t}$ Lösungen der homogenen Differenzengleichung sind, dann ist auch die Linearkombination der beiden Lösungen eine Lösung von 54.2. Der Nachweis wird wiederum durch Einsetzen von

$$56.1 \quad \bar{Y}_t = c_3 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t} + c_4 \cdot \bar{\bar{Y}}_{2,t}$$

der Linearkombination in 54.2 geführt. Es wird also behauptet, daß

$$56.2 \quad \bar{Y}_t - (c+\beta) \cdot \bar{Y}_{t-1} + \beta \cdot \bar{Y}_{t-2} = 0$$

eine Lösung von 54.2 ist. Dies ist der Fall, denn wegen 56.1 gilt:

$$56.3 \quad c_3 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t} + c_4 \cdot \bar{\bar{Y}}_{2,t} - (c+\beta) \cdot (c_3 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-1} + c_4 \cdot \bar{\bar{Y}}_{2,t-1}) + \beta \cdot (c_3 \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-2} + c_4 \cdot \bar{\bar{Y}}_{2,t-2}) = 0$$

und auch:

$$56.4 \quad c_3 \cdot (\bar{\bar{Y}}_{1,t} - (c+\beta) \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-1} + \beta \cdot \bar{\bar{Y}}_{1,t-2}) + c_4 \cdot (\bar{\bar{Y}}_{2,t} - (c+\beta) \cdot \bar{\bar{Y}}_{2,t-1} + \beta \cdot \bar{\bar{Y}}_{2,t-2}) = 0$$

Die Klammerausdrücke der linken Seite von 56.4 sind jeweils Null, denn $\bar{\bar{Y}}_{1,t}$ und $\bar{\bar{Y}}_{2,t}$ sind Lösungen der Differenzengleichung 54.2 (s. Seite 55 unten). Damit ist $\bar{Y}_t$, die Linearkombination, nachweislich eine Lösung der Differenzengleichung 54.2. Gleichung 56.1 erfüllt auch die Anforderungen, die an eine allgemeine Lösung zu stellen sind, denn sie umfaßt einer-

seits beide Wurzeln der charakteristischen Gleichung der Differenzengleichung 54.2 und darüberhinaus die Verllagemeinerungen dieser Wurzeln. Die explizite Lösung der homogenen Differenzengleichung ist also:

$$57.1 \quad Y_t = c_1 \cdot k_1^t + c_2 \cdot k_2^t$$

Diese Lösung enthält zwei unbekannte Konstante. Die Anzahl der Konstanten, die bei der Lösung einer homogenen Differenzengleichung auftreten, ist unabhängig von der Ordnung der Differenzengleichung. So ist bei Differenzengleichungen erster Ordnung eine, bei Differenzengleichungen zweiter Ordnung sind zwei, bei Differenzengleichungen dritter Ordnung drei unbekannte Konstante zu bestimmen. Der Nachweis dieser Behauptung wird mit der Methode der sukzessiven Bestimmung der Y_t aus der homogenen Form der Gleichungen geführt. Aus der Differenzengleichung erster Ordnung:

$$57.2 \quad Y_t + a \cdot Y_{t-1} = 0$$

kann Y_1 nur durch Vorgabe von Y_0 ermittelt werden, denn aus 57.2 folgt:

$$57.3 \quad Y_1 + a \cdot Y_0 = 0$$

Da a gegeben ist, kann also Y_1 eindeutig aus 57.3 bestimmt werden.

Im Fall einer homogenen Differenzengleichung zweiter Ordnung:

$$58.1 \quad Y_t + a \cdot Y_{t-1} + b \cdot Y_{t-2} = 0$$

ist die erste endogen bestimmbare Variable Y_2
wegen

$$58.2 \quad Y_2 + a \cdot Y_1 + b \cdot Y_0 = 0$$

Die Werte der ersten beiden Perioden müssen also
vorgegeben sein, damit alle anderen ermittelt
werden können.

Der Nachweis notwendiger Vorgabewerte für Diffe-
renzengleichungen höherer Ordnung ist analog zu
führen.

In dem vorliegenden Fall müssen also die Werte der
Abweichungen von dem Trend für die Perioden 0 und
1 angegeben werden, damit c_1 und c_2 gefunden wer-
den können. Dann ist:

$$58.3 \quad \overset{''}{Y}_0 = c_1 + c_2$$

$$58.4 \quad \overset{''}{Y}_1 = c_1 \cdot k_1 + c_2 \cdot k_2$$

Es liegt somit ein System von zwei Gleichungen mit
zwei Unbekannten (c_1, c_2) vor. Eine eindeutige Lö-
sung für c_1 und c_2 ist bekanntlich dann möglich,
wenn 58.3 und 58.4 linear unabhängig sind.

Die bisherigen Lösungen bezogen sich auf die Fälle
ungleicher Wurzeln (s. Seite 55). Zur Vervollstän-
digung ist also noch die Lösung im Fall reell glei-
cher Wurzeln der Differenzengleichung 54.2 zu
entwickeln.

Es wird zunächst behauptet, daß 57.1 keine allgemeine Lösung ist, denn aus 57.1 wird mit $k_1 = k_2$:

$$59.1 \quad \bar{Y}_t = (c_1 + c_2) \cdot k_1^t \quad \text{oder} \quad \bar{Y}_t = c_3 \cdot k_1^t$$

Somit liegt aber nur eine Lösung vor, die nicht eine Linearkombination zweier Teillösungen ist, was wegen 58.2 notwendig ist, denn aus 59.1 müßte geschlossen werden, daß eine sukzessive Bestimmung durch Vorgabe von Y_0 möglich ist. Das ist aber ein Widerspruch zur Aussage auf Seite 57.

Daher wird die Behauptung aufgestellt, daß neben $\bar{Y}_{1,t} = k_1^t$ auch $\bar{Y}_{2,t} = t \cdot k_1^t$ eine Lösung von 54.2 ist. Aus der postulierten Übereinstimmung von k_1 und k_2 folgt wegen 54.5 :

$$59.2 \quad (c+\beta)^2 = 4 \cdot \beta \quad \text{und} \quad k_1 = k_2 = \frac{c+\beta}{2}$$

Der Beweis, daß $\bar{Y}_{2,t}$ eine Lösung von 54.2 ist, erfolgt durch Einsatz von $\bar{Y}_{2,t} = t \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t$ in 54.2 :

$$59.3 \quad t \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t - (c+\beta) \cdot (t-1) \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^{t-1} + \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2 \cdot (t-2) \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^{t-2} = 0$$

Der erste Faktor des letzten Terms von 59.3 entsteht durch die Auflösung von 59.2 nach β .

Die Produkte in 59.3 werden ausmultipliziert:

$$60.1 \quad t \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t - t \cdot (c+\beta) \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^{t-1} + (c+\beta) \cdot \left(-\frac{c+\beta}{2}\right)^{t-1} \\ + t \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^{t-2} - 2 \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^{t-2} = 0$$

Eine weitere Umformung ergibt:

$$60.2 \quad t \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t - 2 \cdot t \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t + 2 \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t + t \cdot \\ \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t - 2 \cdot \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^t = 0$$

Der erste, zweite und vierte Term, sowie der dritte und fünfte Term von 60.2 heben sich auf, somit ist $\bar{Y}_{2,t}$ eine Lösung von 54.2. Die allgemeine Lösung von 54.2 im Fall reell gleicher Wurzeln ist daher:

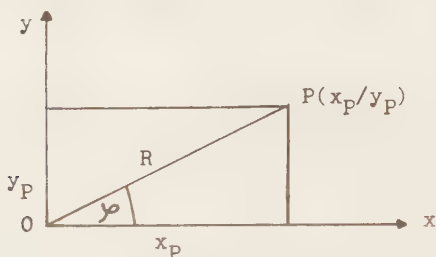
$$60.3 \quad \bar{Y}_t = c_1 k_1^t + c_2 t k_1^t$$

Die allgemeinen Lösungen für die verschiedenen Wurzeln sind somit gefunden, da jedoch mit Hilfe dieser Lösungen Y_t -Werte bestimmt werden sollen, die reell sind, ist die allgemeine Lösung im Fall eines negativen Wertes unter der Wurzel (54.5) für ökonomische Zwecke unbrauchbar, da sie Zahlen erzeugt, die einen Imaginärteil enthalten. Es ist daher eine Transformation auf reelle Zahlen vorzunehmen. Dies geschieht durch Transformation von k_1, k_2 in Polarkoordinaten.

Dieses Verfahren beruht auf der Tatsache, daß es verschiedene Möglichkeiten gibt, die Lage eines Punktes in der Ebene zu fixieren. Einerseits kann er durch Angabe der Zahlenwerte der Koordinaten, andererseits durch den Abstand vom 0-Punkt und den Winkel mit der positiven Richtung der Abszisse

festgelegt werden. Die graphische Darstellung verdeutlicht dies.

Schaubild 3



Es besteht also einmal die Möglichkeit, P durch seine Koordinatenabschnitte x_P und y_P oder zum anderen durch

$$61.1 \quad x_P = R \cdot \cos \varphi \quad \text{und}$$

$$61.2 \quad y_P = R \cdot \sin \varphi$$

festzulegen.

Nach 54.5 ist, mit $i = \sqrt{-1}$:

$$61.3 \quad k_1 = \frac{c+\beta}{2} + i \cdot \sqrt{\beta - \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2}$$

$$61.4 \quad k_2 = \frac{c+\beta}{2} - i \cdot \sqrt{\beta - \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2}$$

k_1 und k_2 setzen sich also aus einem Realteil und einem Imaginärteil zusammen. (1) Geometrisch lassen

(1) Zahlen, die einen Real- und einen Imaginärteil umfassen, werden komplex genannt. k_1, k_2 unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen der Imaginärteile, sie liegen in der Gaußschen Zahlenebene spiegelbildlich zur Realachse. Zwei Zahlen, die in diesem Verhältnis zueinander stehen, werden konjugiert komplex genannt.

sich k_1 und k_2 in der Gaußschen Zahlenebene darstellen, in der die Abszisse die reelle Achse, die Ordinate die imaginäre Achse ist. $\frac{c+\beta}{2}$ wird also auf der Abszisse, $\sqrt{\beta - (\frac{c+\beta}{2})^2}$ auf der Ordinate eingetragen.

Analog zu 61.1 ist dann:

$$62.1 \quad \frac{c+\beta}{2} = R \cdot \cos \varphi$$

$$62.2 \quad \sqrt{\beta - (\frac{c+\beta}{2})^2} = R \cdot \sin \varphi \quad (\text{negative Werte entsprechend})$$

Somit können die komplexen Zahlen k_1 und k_2 in Polarkoordinaten ausgedrückt werden:

$$62.3 \quad k_1 = R \cdot \cos \varphi + R \cdot \sin \varphi \cdot i = R \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)$$

$$62.4 \quad k_2 = R \cdot \cos \varphi - i \cdot R \cdot \sin \varphi = R \cdot (\cos \varphi - i \cdot \sin \varphi)$$

Die weitere Verwendung von 62.3/4, der Einsatz in die Ausgangsgleichung 54.2, erfordert Potenzen von k_1 und k_2 . Operationale Ausdrücke dieser Potenzen liefert der Satz von Moivre:

$$62.5 \quad (\cos \varphi \pm i \cdot \sin \varphi)^n = \cos(n \cdot \varphi) \pm i \sin(n \cdot \varphi)$$

Nach Gleichung 54.3 gilt:

$$62.6 \quad k_1^t - (c+\beta) \cdot k_1^{t-1} + \beta \cdot k_1^{t-2} = 0$$

$$62.7 \quad k_2^t - (c+\beta) \cdot k_2^{t-1} + \beta \cdot k_2^{t-2} = 0$$

Daraus wird mit 62.3/4 unter Verwendung von 62.5:

$$63.1 \quad R^t \cdot (\cos(t \cdot \varphi) + i \cdot \sin(t \cdot \varphi)) - (c + B) \cdot R^{t-1} \cdot (\cos((t-1) \cdot \varphi) + i \cdot \sin((t-1) \cdot \varphi)) + B \cdot R^{t-2} \cdot (\cos((t-2) \cdot \varphi) + i \cdot \sin((t-2) \cdot \varphi)) = 0$$

$$63.2 \quad R^t \cdot (\cos(t \cdot \varphi) - i \cdot \sin(t \cdot \varphi)) - (c + B) \cdot R^{t-1} \cdot (\cos((t-1) \cdot \varphi) - i \cdot \sin((t-1) \cdot \varphi)) + B \cdot R^{t-2} \cdot (\cos((t-2) \cdot \varphi) - i \cdot \sin((t-2) \cdot \varphi)) = 0$$

63.1/2 liefern komplexe Zahlen, die Null sind. Aus Schaubild 3 (S. 61) unter Einbeziehung von Real- und Imaginärachse geht aber hervor, daß eine komplexe Zahl nur dann Null sein kann, wenn sowohl Real- als auch Imaginärteil Null sind. 63.1/2 werden ausmultipliziert. Es zeigt sich, daß die Realteile in beiden Gleichungen übereinstimmen, die Imaginärteile verschiedene Vorzeichen haben, ansonsten ebenfalls übereinstimmen. Daher folgt aus 63.1 und 2 gleichermaßen:

$$63.3 \quad R^t \cdot \cos(t \cdot \varphi) - (c + B) \cdot R^{t-1} \cdot \cos((t-1) \cdot \varphi) + B \cdot \cos((t-2) \cdot \varphi) \cdot R^{t-2} = 0$$

$$63.4 \quad R^t \cdot \sin(t \cdot \varphi) - (c + B) \cdot R^{t-1} \cdot \sin((t-1) \cdot \varphi) + B \cdot \sin((t-2) \cdot \varphi) \cdot R^{t-2} = 0$$

63.3 und 63.4 sind wie 54.2 aufgebaut, so daß analog 54.2 die Lösungen für 63.3/4 lauten:

$$63.5 \quad \bar{Y}_{t,1} = R^t \cdot \cos(t \cdot \varphi)$$

und

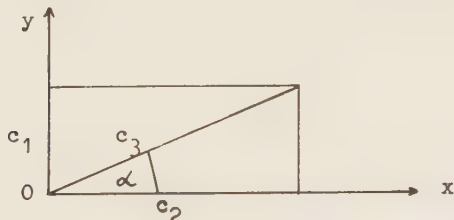
$$64.1 \quad \bar{y}_{t,2} = R^t \cdot \sin(t \cdot y)$$

Dann sind auch (Seite 56) $c_1 \cdot \bar{y}_{1,t}$ und $c_2 \cdot \bar{y}_{2,t}$ Lösungen der Differenzengleichung, und die allgemeine Lösung ist ihre Linearkombination:

$$64.2 \quad \bar{y}_t = c_1 \cdot R^t \cdot \cos(t \cdot y) + c_2 \cdot R^t \cdot \sin(t \cdot y)$$

Dieser Ausdruck kann übersichtlicher gestaltet werden, wenn R^t ausgeklammert wird und c_1 und c_2 durch Winkelfunktionen ausgedrückt werden. Dazu ist es notwendig, anzunehmen, c_1 und c_2 seien die Achsenabschnitte eines Punktes:

Schaubild 4:



Die Transformation in Polarkoordinaten ergibt:

$$64.3 \quad c_1 = c_3 \cdot \sin \alpha$$

$$64.4 \quad c_2 = c_3 \cdot \cos \alpha$$

Damit wird aus 64.2:

$$64.5 \quad \bar{y}_t = c_3 \cdot R^t \cdot (\sin \alpha \cdot \cos(t \cdot y) + \cos \alpha \cdot \sin(t \cdot y))$$

Der Klammerausdruck auf der rechten Seite von 64.5 vereinfacht sich bei der Anwendung des trigonometrischen Satzes über die Summenbildung bei Sinusfunktionen:

$$65.1 \quad \sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

64.5 ändert sich also zu (1):

$$65.2 \quad \ddot{Y}_t = c_3 \cdot R^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)$$

Auch in dieser allgemeinen Lösung sind zwei unbekannte Konstante enthalten, c_3 und α , die mit Hilfe der Anfangsbedingungen Y_0 und $\dot{Y}_1$ bestimmt werden müssen.

Es ist jetzt möglich, alle Lösungsmöglichkeiten des Hicks-Modelles aufzuzeigen. Entsprechend der Größe der Diskriminante in 54.5 (Null, Positiv, Negativ) sind drei Fälle zu unterscheiden:

a) Positive Diskriminante: $(\frac{c+\beta}{2})^2 > \beta$

$$65.3 \quad Y_t = \frac{A_0 \cdot (1+r)^2}{(1+r)^2 - (c+\beta) \cdot (1+r) + \beta} \cdot (1+r)^t + c_1 \cdot (\frac{c+\beta}{2} + \sqrt{(\frac{c+\beta}{2})^2 - \beta})^t + c_2 (\frac{c+\beta}{2} - \sqrt{(\frac{c+\beta}{2})^2 - \beta})^t$$

b) Diskriminante gleich Null: $(\frac{c+\beta}{2})^2 = \beta$

$$65.4 \quad Y_t = \frac{A_0 \cdot (1+r)^2}{(1+r)^2 - (c+\beta) \cdot (1+r) + \beta} \cdot (1+r)^t + c_1 \cdot (\frac{c+\beta}{2})^t + c_2 \cdot t \cdot (\frac{c+\beta}{2})^t$$

(1) Aus der geometrischen Darstellung auf S. 61 geht hervor, daß $R = \sqrt{\beta}$ und $\varphi = \arctan$

$$\frac{\sqrt{\beta - (\frac{c+\beta}{2})^2}}{\frac{c+\beta}{2}}$$

c) Negative Diskriminante: $(\frac{c+b}{2})^2 < b$

$$66.1 \quad Y_t = \frac{A_0 \cdot (1+r)^2}{1+r)^2 - (c+b) \cdot (1+r) + b} \cdot (1+r)^t + \\ c_3 \cdot R^t \cdot \sin(\gamma \cdot t + \alpha)$$

Zu der in allen drei Fällen vorhandenen Trendentwicklung (jeweils der erste Term der rechten Seite gibt ihn an) kommt im Fall a und b eine exponentielle Bewegung hinzu, im Fall c wird die Trendgröße von einer Schwingung überlagert.

3. Die Zusammenhänge zwischen Parameterkonstellationen und Bewegungsabläufen

In Abschnitt 2 war festgestellt worden, daß die Größe der Diskriminante von 54.5 für die Bewegungsform der Trendüberlagerungen verantwortlich ist. Da in dieser Diskriminante die Konsumquote und der Akzelerator, c und β , vorkommen, ist das Verhältnis beider Größen zueinander entscheidend, ob Schwingungen oder exponentielle Bewegungen entstehen. Neben der Bewegungsform an sich ist auch noch die Entwicklung im Zeitablauf zu untersuchen, da erst dann das Modellergebnis vollständig ist. Es ist also notwendig, die Parameterkonstellation von c und β anzugeben, bei der sich die exponentielle Bewegung an den Trend annähert, bei der sie ihm parallel läuft oder bei der sie sich von ihm entfernt. (Entsprechendes gilt natürlich für den Schwingungsfall.) Dies wird im folgenden zuerst abgeleitet.

Aus Gleichung 65.3 in Verbindung mit 54.5 geht hervor, daß im Fall einer positiven Diskriminante eine asymptotische Annäherung an den Trend nur dann eintreten kann, wenn k_1 und k_2 kleiner als Eins sind, denn dann wird der Einfluß der Nichttrendgrößen im Zeitablauf immer geringer. Diese Bedingung kann durch die Anwendung des Vieta'schen Wurzelsatzes vereinfacht werden (1). Das Ergebnis sind zwei Bedingungen. Eine asymptotische Annäherung tritt ein, wenn:

(1) Stöwe, Härtter (1971), S. 81 ff

- 1) der Koeffizient von Y_{t-2} , der Akzelerator, in der Differenzengleichung 54.2 absolut kleiner als Eins ist

und

- 2) der Koeffizient von Y_{t-1} , die Summe der Konsumquote und des Akzelerators, in 54.2 absolut kleiner als Eins plus dem Koeffizienten von Y_{t-2} ist.

Da eine negative Konsumquote ökonomisch sinnlos ist und ein negativer Akzelerator der Aussage des Akzelerationsprinzips widerspricht, daß eine Veränderung des Einkommens Investitionen induziert, gilt:

$$68.1 \quad \beta < 1$$

$$68.2 \quad c + \beta < 1 + \beta$$

Aus 68.2 folgt unmittelbar:

$$68.3 \quad c < 1$$

Bedingung 68.3 muß stets erfüllt sein, denn eine Konsumquote von eins bedeutete, daß keine Investitionen existieren können. Das ist aber undenkbar. Daher ist 68.1 aus ökonomischen Gründen die alleinige Bedingung für die asymptotische Annäherung.

Im Fall b), wenn die Diskriminante null ist, (S.65) gilt die Bedingung für die Annäherung an den Trend (1): Der Koeffizient von Y_{t-1} in 54.2 muß kleiner als zwei sein.

Es ist also:

$$69.1 \quad c+\beta < 2$$

Dieser Fall ist gekennzeichnet durch $(\frac{c+\beta}{2})^2 = \beta$.
Daraus folgt:

$$69.2 \quad \frac{c+\beta}{2} = \sqrt{\beta} \quad (\text{nur der positive Wurzelwert gilt, da } c, \beta > 0)$$

Da nach 69.1

$$69.3 \quad \frac{c+\beta}{2} < 1$$

ist mit 69.2

$$69.4 \quad \sqrt{\beta} < 1$$

Somit gilt:

$$69.5 \quad \beta < 1$$

Die Bedingung im Fall b (69.5) stimmt also mit der Bedingung im Fall a (68.1) überein. Wenn nun 68.1 auch im Fall der Schwingung gilt, ist eine allgemeine Bedingung für alle drei Fälle gefunden.

Aus 66.1 ist zu ersehen, daß der Einfluß des zweiten Terms der rechten Seite entscheidend von R^t abhängt, da der Wert der Sinusfunktion stets zwischen ± 1 schwankt. Wenn R kleiner als 1 ist, verliert der Term für t gegen unendlich an Bedeutung. Die Bedingung für abnehmende Schwingung ist also:

$$70.1 \quad R < 1$$

R ist umzuformen in die Koeffizienten c und/oder β . Zu diesem Zweck wird Schaubild 3 (S. 61) herangezogen. Aus dem rechtwinkligen Dreieck zwischen R, dem Wert des Imaginärteils und dem Realteil von k_1 (61.3), folgt nach dem Satz von Pythagoras:

$$70.2 \quad R^2 = \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2 + \beta - \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2$$

oder:

$$70.3 \quad R = \sqrt{\beta}$$

Mit 70.3 ändert sich 70.1 zu:

$$70.4 \quad \sqrt{\beta} < 1 \quad \text{und}$$

$$70.5 \quad \beta < 1$$

70.5 ist die allgemeine Bedingung im Hicks-Modell dafür, daß eine schwankende oder exponentielle Annäherung an den Trend erfolgt.

Die Bedingung für Schwankung oder exponentielle Bewegung kann aus 54.5 abgeleitet werden. Eine Schwankung liegt demzufolge immer dann vor, wenn die Diskriminante negativ ist. Dies ist der Fall, wenn:

$$70.6 \quad \left(\frac{c+\beta}{2}\right)^2 < \beta$$

Diese Bedingung soll nach β aufgelöst werden. Im ersten Schritt werden beide Seiten radiziert:

$$71.1 \quad \frac{c+\beta}{2} < \sqrt{\beta}$$

Die Umformung ergibt:

$$71.2 \quad c+\beta < 2 \cdot \sqrt{\beta}$$

Die β -Größen sind auf eine Seite zu bringen, damit eine quadratische Erweiterung vorgenommen werden kann:

$$71.3 \quad \beta - 2 \cdot \sqrt{\beta} + 1 < 1 - c$$

Der Ausdruck $1 - c$ wird vereinfacht, indem die Konsumquote durch die Sparquote ersetzt wird. Es ist:

$$71.4 \quad \frac{s_t}{y_{t-1}} = s = 1 - c$$

Damit wird aus 71.3:

$$71.5 \quad \beta - 2 \cdot \sqrt{\beta} + 1 < s$$

Der Ausdruck auf der linken Seite der Ungleichung 71.5 ist ein Binom, er kann also vereinfacht geschrieben werden. Damit die Basis jeweils positiv ist, sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a) $\beta > 1$

$$71.6 \quad (\sqrt{\beta} - 1)^2 < s$$

b) $\beta < 1$

$$71.7 \quad (1 - \sqrt{\beta})^2 < s$$

Diese Fallunterscheidung ist notwendig, da im nächsten Schritt wieder reduziert werden soll. Steht aber unter der Wurzel eine negative Zahl, so ist die Wurzel eine imaginäre Zahl. Somit ist eine Radizierung nicht zulässig. Im weiteren müssen daher immer zwei Fälle unterschieden werden.

$$72.1 \quad \sqrt{B} - 1 < \sqrt{s}$$

$$72.2 \quad 1 - \sqrt{B} < \sqrt{s}$$

Aufgelöst nach B :

$$72.3 \quad \sqrt{B} < 1 + \sqrt{s}$$

$$72.4 \quad \sqrt{B} > 1 - \sqrt{s}$$

72.3 gilt für $B > 1$, 72,4 für $B < 1$.

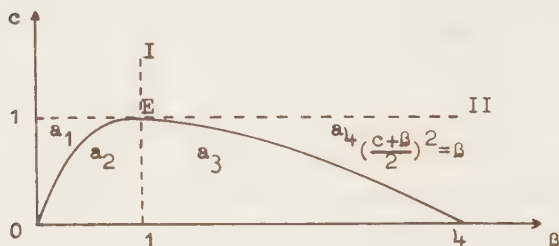
Hiermit liegen nun die Bedingungen für alle möglichen Bewegungsabläufe vor. Die Abweichungen vom Trend bewegen sich:

- 1) asymptotisch annähernd an den Trend, wenn a_1 :
 $B < 1$ und $1 - \sqrt{s} \geq \sqrt{B}$
- 2) schwingend mit abnehmender Amplitude um den Trend, wenn a_2 :
 $B < 1$ und $\sqrt{B} > 1 - \sqrt{s}$
- 3) schwingend mit zunehmender Amplitude um den Trend, wenn a_3 :
 $B > 1$ und $\sqrt{B} < 1 + \sqrt{s}$

- 4) exponentiell entfernend vom Trend, wenn a_4 :
 $\beta > 1$ und $1 + \sqrt{s} \leq \sqrt{\beta}$

Die durch a_1 und a_4 gekennzeichneten Gebiete lassen sich graphisch in einem Schaubild mit einer c- und β -Achse darstellen.

Schaubild 5:



Im Feld a_1 und auf der Kurve $(\frac{c+\beta}{2})^2 = \beta$, $\beta < 1$, gilt Fall 1, im Feld a_2 der Fall 2, im Feld a_3 der Fall 3 und im Feld a_4 und auf der Kurve $(\frac{c+\beta}{2})^2 = \beta$, $\beta > 1$, Fall 4. Nun zeigt sich aber, daß nicht alle Punkte in dem Feld, das durch die Linie II, die c- und die β -Achse markiert ist und in dem jeder Punkt erklärt werden muß, durch die Fälle 1 bis 4 abgedeckt sind. Zu klären bleibt die Bewegung der Abweichung vom Trend auf der Kurve $\beta=1$ im Wertebereich $0 < c < 1$ (Fall 5) und im Punkt E (Fall 6).

Im Fall 5 liegt eine Schwingung vor, da alle Punkte, die zu diesem Fall gehören, unter der Kurve $(\frac{c+\beta}{2})^2 = \beta$ liegen. Da β stets eins ist, die Wurzel aus β damit auch den Wert eins hat, ist R ebenfalls

eins. Die Amplitude der Schwingung um den Trend bleibt daher konstant.

Der Punkt E liegt auf der Kurve $(\frac{c+\beta}{2})^2 = \beta$, es gilt für die Bewegung der Gleichung 65.4. Andererseits ist in diesem Punkt c und β gleich eins, es gilt also: $\frac{c+\beta}{2} = 1$. Die Gleichung für die Abweichung vom Trend ist demnach:

$$74.1 \quad \ddot{Y}_t = c_1 + c_2 \cdot t$$

Somit liegt in Punkt E eine lineare Abweichung vom Trend vor.

II. Die Entwicklung der Wachstumsraten im Os- zillationsmodell

1. Die Wachstumsraten in den Fällen β kleiner/gleich 1

Die bisherige Untersuchung war auf absolute Größen ausgerichtet. Diese Betrachtung ist jedoch wenig aussagefähig, da Konjunkturzyklen in neuerer Zeit an den Wachstumsraten des Sozialproduktes gemessen werden. Es wird daher notwendig, die Entwicklung der Wachstumsraten zu bestimmen. Zu diesem Zweck werden die Ergebnisse noch einmal in einer Systematik zusammengefaßt, die sich an β orientiert. Der Koeffizient des Trends, der Hicks'sche Supermultiplikator, multipliziert mit dem Anfangswert der autonomen Investitionen, wird zur Vereinfachung mit u bezeichnet:

$$75.1 \quad u = \frac{A_0 \cdot (1+r)^2}{(1+r)^2 - (c+\beta) \cdot (1+r) + \beta}$$

Damit werden die Ergebnisse des Hicks'schen Modells, geordnet nach β unter Berücksichtigung des Kurvenverlaufs in Schaubild 5:

$$75.2 \quad Y_t = u \cdot (1+r)^t + c_1 \cdot k_1^t + c_2 \cdot k_2^t \quad k_1, k_2 < 1$$

$$75.3 \quad Y_t = u \cdot (1+r)^t + c_3 \cdot R^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) \quad R < 1$$

$$75.4 \quad Y_t = u \cdot (1+r)^t + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) \quad R = 1$$

$$75.5 \quad Y_t = u \cdot (1+r)^t + c_1 + c_2 \cdot t \quad k_1 = k_2 = 1$$

$$76.1 \quad Y_t = u \cdot (1+r)^t + c_3 \cdot R^t \cdot \sin(\gamma \cdot t + \alpha) \quad R > 1$$

$$76.2 \quad Y_t = u \cdot (1+r)^t + c_1 \cdot k_1^t + c_2 \cdot k_2^t \quad k_1, k_2 > 1$$

Für diese sechs Fälle ist nun zu untersuchen, wie sich die Wachstumsraten im Zeitablauf entwickeln. Die Fälle 75.2 bis 75.5 (≤ kleiner/gleich 1) werden zusammenhängend behandelt, da die Ergebnisse prinzipiell gleich sind.

Die Wachstumsrate, die hier entwickelt werden soll, muß zunächst definiert werden. Für den Fall einer diskontinuierlichen Entwicklung, der ja ausschließlich behandelt wird, sei die Wachstumsrate:

$$76.3 \quad w_{Y_t} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1$$

Mit Hilfe der Gleichungen 75.2 -5 und 76.1-2 können nun die Wachstumsraten expliziert werden.

Für den Fall der asymptotischen Annäherung, 75.2 ist:

$$76.4 \quad w_{Y_t} = \frac{u(1+r)^t + c_1 \cdot k_1^t + c_2 \cdot k_2^t}{u(1+r)^{t-1} + c_1 \cdot k_1^{t-1} + c_2 \cdot k_2^{t-1}} - 1$$

Da $k_1, k_2 < 1$, also erst recht $k_1, k_2 < 1+r$, gilt:

$$76.5 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{k_1}{1+r} \right)^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{k_2}{1+r} \right)^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{k_1}{1+r} \right)^{t-1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{k_2}{1+r} \right)^{t-1} = 0$$

Der Grenzwert der Wachstumsrate ist mit 76.5 zu bestimmen. Es wird aus 76.4:

$$77.1 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w_{Y_t} = \frac{u}{1+r} - 1 = 1+r - 1 = r$$

Die Wachstumsraten nähern sich umso schneller r , je kleiner k_1, k_2 sind. Das Sozialprodukt wächst also ab einem bestimmten Zeitpunkt mit einer Wachstumsrate, die nur unwesentlich von der der autonomen Investitionen verschieden ist. Eine Bedeutung für die Erklärung der Wirklichkeit kommt also diesem Fall nicht zu, da dieses Verhalten nicht beobachtbar ist.

Aus der Gleichung 75.3, dem Fall der Schwingung mit abnehmender Amplitude, resultiert die Wachstumsrate:

$$77.2 \quad w_{Y_t} = \frac{u \cdot (1+r)^t + c_3 \cdot R^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)}{u \cdot (1+r)^{t-1} + c_3 \cdot R^{t-1} \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)} - 1$$

Nach Division durch $(1+r)^t$ entsteht:

$$77.3 \quad w_{Y_t} = \frac{u + c_3 \cdot \left(\frac{R}{1+r}\right)^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)}{\frac{u}{1+r} + \frac{c_3}{1+r} \cdot \left(\frac{R}{1+r}\right)^{t-1} \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)} - 1$$

Die Grenzwerte von $\left(\frac{R}{1+r}\right)^t$ und $\left(\frac{R}{1+r}\right)^{t-1}$ gehen für t gegen unendlich gegen null, da R kleiner als eins ist und daher erst recht kleiner als $1+r$. Die Sinusfunktionen schwanken zwischen ± 1 im Zeitablauf, so daß die zweiten Terme im Zähler und

Nenner für t gegen unendlich gegen Null gehen.
Der Grenzwert der Wachstumsrate ist also:

$$78.1 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w_{Yt} = \frac{u}{1+r} - 1 = 1 - 1 + r = r$$

Die Schwankungen um die Wachstumsrate der autonomen Investitionen werden umso eher bedeutungslos, je kleiner R ist. Zur Erklärung der Realität kann dieser Fall nur herangezogen werden, wenn neben der im Modell endenden Erklärung eine Theorie der Impulse entwickelt wird, die die Schwankungen stets aufs neue anstoßen, bevor ihre Amplitude gravierend gesunken ist.

Sehr eng verwandt mit den Ergebnissen von 75.3 wird das Resultat von 75.4 sein. Die Wachstumsrate:

$$78.2 \quad w_{Yt} = \frac{u \cdot (1+r)^t + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)}{u \cdot (1+r)^{t-1} + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)} - 1$$

führt zu dem Grenzwert:

$$78.3 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{u + c_3 \cdot \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)}{\frac{u}{1+r} + \frac{c_3}{1+r} \cdot \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)} - 1 = r,$$

da $1+r$ größer ist als 1, somit die Grenzwerte von $\left(\frac{1}{1+r}\right)^t$ und $\left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1}$ für t gegen unendlich gegen null gehen. Der Einfluß der Schwingung auf die Wachstumsrate des Sozialproduktes ist größer als im vorhergehenden Fall, da dort R kleiner als eins war.

Abschließend ist in diesem Abschnitt die Wachstumsrate aus der Gleichung 75.5 abzuleiten:

$$79.1 \quad w_{Y_t} = \frac{u + c_1 \cdot \left(\frac{1}{1+r}\right)^t + c_2 \cdot \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \cdot t}{\frac{u}{1+r} + (c_1 - c_2) \cdot \left(\frac{1}{1+r}\right)^t + c_2 \cdot \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \cdot t} - 1$$

Der Grenzwert von $\left(\frac{1}{1+r}\right)^t$ geht für t gegen unendlich gegen null, da $\frac{1}{1+r}$ kleiner als eins ist. Um den Grenzwert von $\frac{t}{(1+r)^t}$ zu bestimmen, ist eine gesonderte Betrachtung notwendig. Der Grenzwert läßt sich ermitteln unter der Berücksichtigung des Satzes über Grenzwerte, daß nämlich der Grenzwert einer Summe gleich der Summe der Grenzwerte ist. Dann ist:

$$79.2 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{(1+r)^t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \right) =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \right) = 0$$

Da $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t$ null ist, muß auch die Summe dieser Grenzwerte null sein. Somit ist der Grenzwert der Wachstumsrate:

$$79.3 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w_{Y_t} = \frac{u}{\frac{u}{1+r}} - 1 = 1+r-1 = r$$

Auch dieser Fall kann, wie schon Fall 75.2, nicht wirklichkeitsnahe genannt werden.

2. Die Wachstumsraten der Schwankung mit steigender Amplitude

Nach der Behandlung der Fälle, die sich dadurch auszeichneten, daß der Akzelerator, β , kleiner oder gleich eins war, sind die beiden verbleibenden Fälle für β größer eins zu lösen, der Fall der Schwankung mit steigender Amplitude und der Fall der exponentiellen Bewegung weg vom Trend.

Die Wachstumsrate nach der Gleichung 76.1 ist:

$$80.1 \quad w_{Y_t} = \frac{u \cdot (1+r)^t + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) \cdot R^t}{u \cdot (1+r)^{t-1} + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha) \cdot R^{t-1}} - 1$$

Zur Ermittlung, ob es einen Grenzwert gibt und wenn nicht, wie dann die Bewegung der Wachstumsraten ist, muß der Fall der Schwankung mit absolut steigender Amplitude in drei Unterfälle eingeteilt werden. Die Unterteilung wird notwendig, da je nach dem Verhältnis von $1+r$ zu R verschiedene Ergebnisse entstehen. Die drei Unterfälle sind durch die Bedingungen gekennzeichnet:

- 1) $1+r > R > 1$
- 2) $1+r = R > 1$
- 3) $R > 1+r > 1$

Im ersten Unterfall ist $\frac{R}{1+r} < 1$, somit geht $(\frac{R}{1+r})^t$ für t gegen unendlich gegen null. Die Grenzwertbildung für das Sozialprodukt entspricht der auf S. 77 in den Gleichungen 77.2 bis 78.1 aufgezeigten Entwicklung. Die Wachstumsrate des

Sozialproduktes geht hier also gegen die Wachstumsrate der autonomen Investitionen, die Bedeutung der abweichenden Wachstumsrate steigt jedoch, wenn sich R und $1+r$ annähern.

Der Grenzfall, die Übereinstimmung von R und $1+r$, wird durch den Unterfall 2 beschrieben. Die Wachstumsrate wird durch 80.1 beschrieben. Ein Grenzwert ist zunächst nicht zu erkennen, es wird daher versucht, die resultierende Bewegung der Wachstumsrate zu ermitteln.

Da in der Realität die Wachstumsraten des Sozialprodukts endliche Werte haben, muß der Nenner des Bruches stets verschieden von 0 sein. Diese formale Bedingung läßt sich ökonomisch begründen und auch erweitern. Ein Sozialprodukt von null, bzw. ein negatives Sozialprodukt ist unrealistisch, es ist also sinnlos, solche Werte zuzulassen. Aus 80.1 ist zu erkennen, daß der Nenner stets positiv ist, wenn der erste Term größer als die größten negativen Werte des zweiten Terms ist. In Abhängigkeit vom Vorzeichen von c_3 treten die größten negativen Werte des zweiten Terms dort auf, wo die Sinusfunktion die Werte ± 1 annimmt. c_3 ist also absolut zu betrachten. Die Bedingung für einen positiven Nenner ist also:

$$81.1 \quad u(1+r)^{t-1} > |c_3| \cdot R^{t-1}$$

Da in dem Unterfall 2 $R = 1+r$, reduziert sich 81.1 zu:

$$81.2 \quad u > |c_3|$$

u muß also stets größer als der absolute Wert von c_3 sein.

Der Ausdruck für die Wachstumsrate 82.1 kann umgeformt werden mit Division durch $(1+r)^{t-1}$ und Gleichsetzung von R und $1+r$.

$$82.1 \quad w_{Y_t} = (1+r) \cdot \frac{u + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)}{u + c_3 \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha - \varphi)} - 1$$

Offensichtlich konvergiert die Wachstumsrate nicht gegen einen bestimmten Wert, sondern schwankt um einen Wert. Zur Beurteilung des Verlaufs ist es notwendig, die Extremwerte der Schwankung zu bestimmen. Die Extremwerte sind abhängig von der Phasenlänge, die die Verschiebung der Sinusfunktionen determiniert. Das ist am einfachsten an Hand graphischer Darstellungen einzusehen. Betrachtet man eine Sinusfunktion mit einer Phasenlänge von 4 Perioden ($\varphi = \frac{\pi}{2}$), so beträgt die Verschiebung der beiden in 82.1 auftretenden Sinusfunktionen eine Viertelphase. In einem ersten Schaubild werden die beiden Funktionen des Zählers und des Nenners dargestellt, in einem zweiten der Quotient aus beiden.

Schaubild 6: Verlauf des Zählers und Nenners:

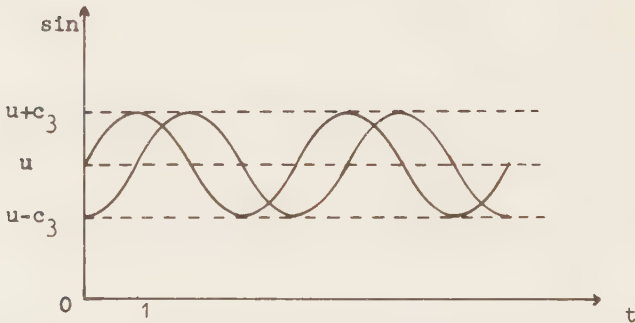
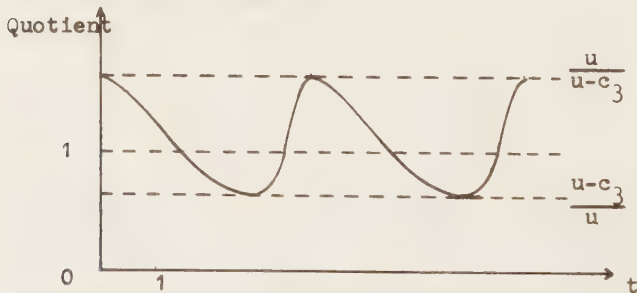


Schaubild 7: Verlauf des Quotienten



Charakteristisch an dem Verlauf des Quotienten, der durch die Addition von u dem Quotienten in 82.1 entspricht, ist der unterschiedliche Ausschlag um den Wert 1. Der Abstand zwischen einem relativen Maximum und 1 ist größer als der Abstand zwischen 1 und einem relativen Minimum. Des weiteren ist zu erkennen, daß der Aufschwung eine, der Abschwung jedoch drei Zeiteinheiten andauert.

Die Begründung, daß unterschiedliche Ausschläge bezüglich Maximum und Minimum vorliegen, folgt aus dem Vergleich der Extremwerte. Ist z.B. u gleich 4 und $u-c_3$ gleich drei, so ist der Ausschlag zum Maximum 0,33 über der Einheitslinie fixiert, der Ausschlag zum Minimum beträgt 0,25. Allgemein ist die Abweichung von eins zum Maximum stets größer als die zum Minimum:

$$84.1 \quad \frac{u}{u-c_3} - 1 > 1 - \frac{u-c_3}{u}$$

Oder:

$$84.2 \quad \frac{c_3}{u-c_3} > \frac{c_3}{u}$$

Da auch hier absolute Werte für c_3 angesetzt werden müssen, ist die linke Seite stets größer als die rechte Seite der Ungleichung 84.2, weil der Nenner der linken Seite immer kleiner ist als der der rechten Seite.

Zur Kennzeichnung des Einflusses der Phasenlänge wird nun analog eine Sinusfunktion mit einer Phasenlänge von zwei Perioden behandelt:

Schaubild 8:

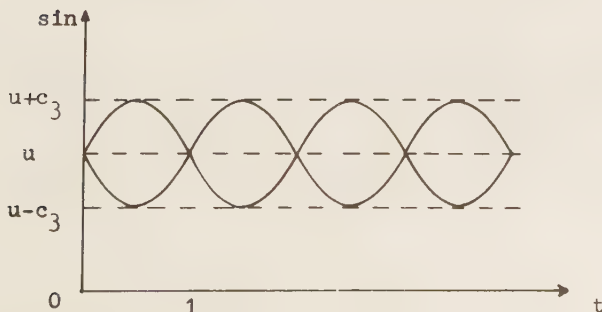
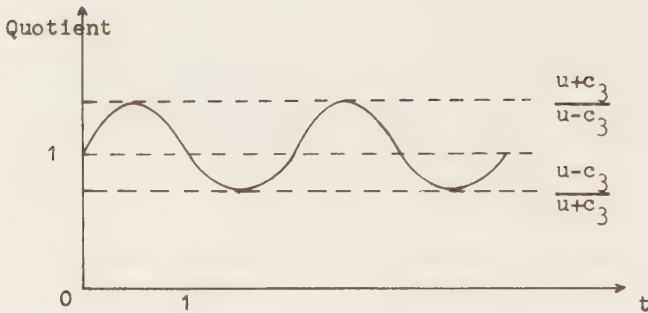


Schaubild 9:



Die Zahl der Aufschwungperioden ist hier gleich der Zahl der Abschwungperioden. Die Amplitude im Aufschwung ist wieder höher als die im Abschwung:

$$85.1 \quad \frac{u+c_3}{u-c_3} - 1 > 1 - \frac{u-c_3}{u+c_3}$$

Oder:

$$85.2 \quad \frac{2c_3}{u-c_3} > \frac{2c_3}{u+c_3}$$

Die linke Seite der Ungleichung ist größer als die rechte, da ihr Nenner kleiner ist als der der rechten Seite (für absolute Werte von c_3).

Im ersten Beispiel hatten die Extremwerte der Maxima den Wert $\frac{u}{u-c_3}$, die des zweiten Beispiels waren

$\frac{u+c_3}{u-c_3}$. Da ja c_3 immer mit dem entsprechenden Sinuswert von ± 1 verbunden wurde, so daß der absolute Wert von c_3 angenommen werden kann, ist im zweiten Beispiel ein höheres Maximum zu erkennen:

$$86.1 \quad \frac{u+c_3}{u-c_3} > \frac{u}{u-c_3}$$

Ungleichung 86.1 ist immer erfüllt, da bei gleichem Nenner der Zähler der rechten Seite stets größer ist als der der linken Seite (für absolute Werte von c_3).

Ein Vergleich der beiden Minimalwerte zeigt, daß

$$86.2 \quad \frac{u-c_3}{u} > \frac{u-c_3}{u+c_3}$$

gelten muß. Das Minimum des ersten Falles (linke Seite von 86.2) ist auf einem höheren Niveau als das Minimum des zweiten Falles (rechte Seite von 86.2).

Diese Aussage deckt sich mit der über die Maxima, so daß das Endergebnis ein insgesamt größerer Ausschlag im zweiten Fall ist.

Eine allgemeine Aussage über den Fall 2 (S.80) kann somit nicht gemacht werden, da jede Entwicklung von der Phasenlänge der Sinusfunktionen in 82.1 abhängt. Die Wachstumsrate hat aber die gleiche Phasenlänge wie die beiden Sinusfunktionen. Außerdem ist eine Schwankung um den Wert r zu erkennen - bisher ist nur der Quotient in

82.1 behandelt worden -, wengleich dieser Wert nicht die mittlere Lage der Schwingung repräsentiert.

Schließlich ist noch im Rahmen des Falles 76.1 der Unterfall 3 zu betrachten. Die Wachstumsrate entwickelt sich nach Gleichung 80.1 . Ein negativer Nenner, der ja gleichbedeutend mit einem negativen Sozialprodukt ist, war im Fall zwei als ökonomisch unbedeutend abgelehnt worden. Es kann nun gezeigt werden, daß es im Unterfall 3 immer einen Zeitpunkt T gibt, ab dem der Nenner von 80.1 negativ werden kann. Das Minimum des Nenners

$$87.1 \quad N = u \cdot (1+r)^{t-1} + c_3 \cdot R^{t-1} \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)$$

wird immer dann erreicht, wenn bei positiven c_3 die Sinusfunktion den Wert -1 annimmt oder wenn bei negativem c_3 der Wert +1 erreicht wird. Für absolute Werte von c_3 ist somit der tiefste Wert des Nenners:

$$87.2 \quad N_T = u \cdot (1+r)^{t-1} - c_3 \cdot R^{t-1}$$

Die Behauptung ist nun, daß dieser Wert negativ werden kann. Dann muß gelten:

$$87.3 \quad c_3 \cdot R^{t-1} > u \cdot (1+r)^{t-1}$$

Daraus folgt:

$$87.4 \quad \left(\frac{R}{1+r}\right)^{t-1} > \frac{u}{c_3}$$

Da hier R größer als $1+r$ ist, muß $\frac{R}{1+r}$ größer als eins sein. Die linke Seite von 87.4 wächst im Zeitablauf. Es gibt somit einen Zeitpunkt T , ab dem $(\frac{R}{1+r})^T$ den konstanten Wert $\frac{u}{c_2}$ übersteigt, ab dem also die Ungleichung 87.4 erfüllt ist. Der Unterfall 3 ist daher ökonomisch bedeutungslos.

3. Das Wachstum bei exponentieller Entfernung der absoluten Größen vom Trend

In diesem Fall ist die Wachstumsrate:

$$88.1 \quad w_{Y_t} = \frac{u \cdot (1+r)^t + c_1 \cdot k_1^t + c_2 \cdot k_2^t}{u \cdot (1+r)^{t-1} + c_1 \cdot k_1^{t-1} + c_2 \cdot k_2^{t-1}} - 1$$

mit k_1 oder k_2 größer als 1.

Auch hier sind analog zu Seite 80 drei Unterfälle abzugrenzen:

- 1) $1 < \text{Max}(k_1, k_2) < 1+r$
- 2) $1 < \text{Max}(k_1, k_2) = 1+r$
- 3) $1 < 1+r < \text{Max}(k_1, k_2)$

Nach Division durch $(1+r)^t$ in 88.1 ist im Fall 1 der Grenzwert der Wachstumsrate:

$$88.2 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{u + c_1 \cdot \left(\frac{k_1}{1+r}\right)^t + c_2 \cdot \left(\frac{k_2}{1+r}\right)^t}{\frac{u}{1+r} + \frac{c_1}{1+r} \cdot \left(\frac{k_1}{1+r}\right)^{t-1} + \frac{c_2}{1+r} \cdot \left(\frac{k_2}{1+r}\right)^{t-1}} - 1 \right) = r,$$

da sämtliche Klammerausdrücke in dem Quotienten kleiner als eins sind, im Zeitablauf also immer kleiner werden.

Zur Grenzwertbildung im Fall 2 wird zunächst angenommen, daß das Max (k_1, k_2) gleich k_1 ist. Damit kann 88.1 umgeformt werden: (wegen $k_1=1+r$)

$$89.1 \quad w_{Y_t} = (1+r) \cdot \frac{u+c_1+c_2 \cdot \left(\frac{k_2}{1+r}\right)^t}{u+c_1+c_2 \cdot \left(\frac{k_2}{1+r}\right)^{t-1}} - 1$$

Da k_2 kleiner ist als $1+r$, gehen die Klammerwerte im Quotienten für t gegen unendlich gegen null. Der Grenzwert der Wachstumsrate ist somit r . Für Max $(k_1, k_2)=k_2$ ist die analoge Umformung durchzuführen. Auch hier ist der Grenzwert r .

Zur Behandlung des Falles 3 wird ebenfalls Max (k_1, k_2) zunächst k_1 gleichgesetzt. Der Quotient in 88.1 ist nach Division durch k_1 :

$$89.2 \quad w_{Y_t} = \frac{u \cdot \left(\frac{1+r}{k_1}\right)^t + c_1 \cdot \left(\frac{k_1}{k_1}\right)^t + c_2 \cdot \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^t}{\frac{u}{k_1} \cdot \left(\frac{1+r}{k_1}\right)^{t-1} + \frac{c_1}{k_1} \cdot \left(\frac{k_1}{k_1}\right)^{t-1} + \frac{c_2}{k_1} \cdot \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^{t-1}}$$

Da $\frac{1+r}{k_1}$ und $\frac{k_2}{k_1}$ kleiner als eins sind, gehen die Potenzen mit diesen Basen für t gegen unendlich gegen null. Der Grenzwert von 89.2 ist daher:

$$89.3 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w_{Y_t} = \frac{c_1}{c_1} \cdot k_1 - 1 = k_1 - 1$$

Entsprechendes gilt für Max $(k_1, k_2) = k_2$. Der Grenzwert ist dort $k_2 - 1$.

Die Wachstumsraten erreichen bei exponentieller Entfernung vom Trend stets einen Grenzwert, der allgemein $\text{Max}(1+r, k_1, k_2) - 1$ ist. Es liegt also keine unbegrenzte explosive Entfernung vom Trend vor. (1) Eine empirische Bedeutung kommt dieser Begrenzung jedoch nicht zu, da der Endwert der Wachstumsrate bei der Verwendung realistischer Parameter (S. 100ff) ungefähr 150 v.H. beträgt. Daß das Sozialprodukt einer Volkswirtschaft von Jahr zu Jahr um das Anderthalbfache wächst, ist bisher noch nicht beobachtet worden.

(1) Es ist bisher (z.B. Elsner (1967), S.271) nicht ausgeführt worden, daß die Wachstumsrate gegen einen Endwert geht. Das Versäumnis kommt daher, weil das Hicks-Modell ausschließlich auf die Entwicklung der absoluten Größen hin untersucht wird.

III. Die Restriktionen aufgrund des Vergleichs der Modellwachstumsraten mit realistischen Werten

1. Der Einfluß stets positiver Wachstumsraten

Eine Beschreibung der Realität resultiert nur dann aus dem Hicks-Modell, wenn die Parameter c und β Werte aufweisen, die Schwankungen mit steigender Amplitude erzeugen, und wenn weiterhin R sehr nahe bei $1+r$ liegt. Liegt dieser Fall vor, so lassen sich weitere Einschränkungen für c und β finden.

Die tatsächliche Entwicklung der Wachstumsraten des Sozialproduktes zeigt, daß im allgemeinen keine negativen Wachstumsraten vorliegen. Dann muß aber nach 80.1 gelten:

$$\begin{aligned} 91.1 \quad & u(1+r)^t + c_3 \cdot R^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) > u \cdot (1+r)^{t-1} \\ & + c_3 \cdot R^{t-1} \cdot \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha) \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck wird umgeformt zu:

$$91.2 \quad u \cdot r \cdot (1+r)^{t-1} + c_3 \cdot R^{t-1} \cdot (R \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) - \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)) > 0$$

Oder:

$$91.3 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} + c_3 \cdot (R \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) - \sin(\varphi \cdot (t-1) + \alpha)) > 0$$

Der Sinuswert mit dem negativen Vorzeichen wird aufgelöst:

$$\begin{aligned} 91.4 \quad & u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} + c_3 \cdot ((R \cdot \cos \varphi) \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha) + \\ & \sin \varphi \cdot \cos(\varphi \cdot t + \alpha)) > 0 \end{aligned}$$

Brauchbare Schranken werden aus 91.4 durch Einsatz der Extremwerte der Winkelfunktionen erhalten. Wenn: $\sin(\varphi \cdot t + \alpha) = 0$, dann ist: $\cos(\varphi \cdot t + \alpha) = \pm 1$, und wenn: $\sin(\varphi \cdot t + \alpha) = \pm 1$, dann ist: $\cos(\varphi \cdot t + \alpha) = 0$. Damit können aus 91.4 vier Schranken abgeleitet werden:

$$92.1 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} + c_3 \cdot \sin \varphi > 0$$

$$92.2 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} - c_3 \cdot \sin \varphi > 0$$

$$92.3 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} + c_3 \cdot (R - \cos \varphi) > 0$$

$$92.4 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} - c_3 \cdot (R - \cos \varphi) > 0$$

Wenn diese vier Bedingungen simultan erfüllt sind, herrscht ein ständiges Wachsen des Sozialproduktes.

2. Die Bedeutung der wirklichkeitsnahen Phasenlängen

Aus den graphischen Darstellungen auf den Seiten 83, 84 und 85 war zu erkennen, daß die Phasenlänge der Wachstumsraten mit der Phasenlänge der Lösung des Modells übereinstimmt. Die Phasenlänge der Wachstumsrate kann aus der Zeichnung auf Seite 15 abgelesen werden. Sie schwankt in der BRD zwischen vier und fünf Jahren. Mit Hilfe des Schaubildes 6 kann somit auf φ geschlossen werden; der Winkel α ist unbedeutend im Rahmen dieser Überlegung, da er nur eine Verschiebung der gesamten Kurve auf der Zeitachse bewirkt.

Die Länge einer Phase einer Sinusfunktion hat stets den Wert 2π . Mit T, der Anzahl der Perioden, die eine Phase andauert, gilt

$$93.1 \quad 2 \cdot \pi = \gamma \cdot T$$

oder

$$93.2 \quad \frac{2 \cdot \pi}{T} = \gamma$$

Wird T in Jahren angegeben, so entsteht die Schranke im Fall der BRD:

$$93.3 \quad \frac{2 \cdot \pi}{T} \geq \gamma \geq \frac{2 \cdot \pi}{5}$$

Eine andere Periodeneinteilung verändert die Nenner in 93.3. Wird T in Halbjahren angegeben, so ist durch 8 und 10 zu dividieren, bei einer Monatseinteilung durch 48 und 60.

3. Das Ergebnis der Beschränkungen

Für den Fall einer wirklichkeitsgetreuen Nachbildung durch das Modell müssen zusammenfassend folgende Bedingungen simultan erfüllt sein:

$$93.4 \quad \left(\frac{c+b}{2}\right)^2 < b$$

$$93.5 \quad R = \sqrt{b} \approx 1+r$$

$$93.6 \quad u = \frac{A_0 \cdot (1+r)^2}{(1+r)^2 - (c+b) \cdot (1+r) + b} > c_3$$

$$94.1 \quad \frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{4} \geq \gamma \geq \frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{5} \quad \text{Jahresperiode}$$

$$\frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{8} \geq \gamma \geq \frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{10} \quad \text{Halbjahresperiode}$$

$$\frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{16} \geq \gamma \geq \frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{20} \quad \text{Vierteljahresperiode}$$

$$\frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{48} \geq \gamma \geq \frac{2 \cdot \tilde{\pi}}{60} \quad \text{Monatsperiode}$$

$$94.2 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} + c_3 \cdot \sin \gamma > 0$$

$$94.3 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} - c_3 \cdot \sin \gamma > 0$$

$$94.4 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} + c_3 \cdot (R - \cos \gamma) > 0$$

$$94.5 \quad u \cdot r \cdot \left(\frac{1+r}{R}\right)^{t-1} - c_3 \cdot (R - \cos \gamma) > 0$$

Eine exogene Einschränkung für β gibt Bedingung 93.5 an. Dazu ist es aber notwendig, die Größe von r zu ermitteln. Aus der Tabelle auf Seite 14 ist zu ersehen, daß die Wachstumsraten des realen Bruttosozialproduktes zwischen den Extremwerten 0 und 12 v.H. schwanken. Der Mittelwert von 6 v.H. soll daher ganz willkürlich r sein. Gestützt wird diese Zahl durch die Entwicklung des Produktionspotentials. (1) Mit der Zahl 1,06 für $1+r$ wird keinesfalls ein Anspruch auf Exaktheit erhoben. Die Abläufe, die sich aufgrund dieses Wertes ergeben, sind prinzipiell gleich, ob nun ein Wert von 1,02 oder von 1,1 für $1+r$ angesetzt wird. Die beiden letztgenannten Werte sind von 1,06 gerade um 3 v.H. entfernt.

(1) Jahresgutachten des SVR (1970), S. 14

93.5 gibt an, daß R in der Nähe von 1,06 liegen muß. R ist aber der Wurzel aus β gleich, damit ist β das Quadrat von R. β muß also in der Nähe von 1,1236 liegen. Da β bestimmt ist, können aus den Restbedingungen die Beschränkungen für c ermittelt werden.

93.4 gibt folgende Ungleichung wieder:

$$95.1 \quad \left(\frac{c+1,1236}{2}\right)^2 < 1,1236$$

Daraus resultiert:

$$95.2 \quad c^2 + 2 \cdot 1,06^2 \cdot c + 1,06^4 - (2 \cdot 1,06)^2 < 0$$

Wird die linke Seite dieser Gleichung als Funktion von c betrachtet, so stellt diese Funktion eine nach oben geöffnete Parabel dar, die maximal zwei Nullstellen hat. Für alle c-Werte, die im Fall der Existenz zwischen den Nullstellen liegen, ist die Ungleichung 95.2 erfüllt. Es ist daher notwendig, die Nullstellen zu ermitteln:

$$95.3 \quad c_{1/2} = -1,06^2 \pm \sqrt{1,06^4 - 1,06^4 + (2 \cdot 1,06)^2}$$

Die ökonomisch relevante Lösung ist: (positives c)
 $c = 0,9964$

Das Ergebnis ist also bisher: wenn β in der Nähe von 1,1236 liegt, entsteht für alle positiven c, die kleiner als 0,9964 sind eine Bewegung, deren Wachstumsrate mit nahezu konstanten Amplituden schwankt. Es ist nun zu untersuchen, ob diese Schwankung eine Phasenlänge von vier bis fünf Perioden haben kann.

Dazu ist Bedingung 94.1 zu verwenden. Aus Schaubild 3 (S. 61) ist abzulesen, daß:

$$96.1 \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{4 \cdot B - (c+B)^2}}{c+B}$$

oder:

$$96.2 \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{4 \cdot B - (c+B)^2}}{c+B}$$

gelten muß. Mit 96.2 wird 94.1, zunächst für die Jahresperiode umgeformt zu:

$$96.3 \quad \frac{2 \cdot \pi}{4} \geq \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{4 \cdot B - (c+B)^2}}{c+B} \geq \frac{2 \cdot \pi}{5}$$

Dann ist auch:

$$96.4 \quad \operatorname{tg} \frac{2 \cdot \pi}{4} \geq \frac{\sqrt{4 \cdot B - (c+B)^2}}{c+B} \geq \operatorname{tg} \frac{2 \cdot \pi}{5}$$

Aus der doppelten Ungleichung 96.4 lassen sich zwei Bedingungen ableiten. Die Bedingung, die durch das linke Ungleichheitszeichen gekennzeichnet ist, braucht nicht weiter behandelt zu werden, da $\operatorname{tg} \frac{2 \cdot \pi}{4}$ unendlich ist, die Bedingung also stets erfüllt ist. Da der $\operatorname{tg} \frac{2 \cdot \pi}{5}$ den Wert 3,0781 hat, wird die zweite aus 96.4 resultierende Bedingung:

$$96.5 \quad \frac{\sqrt{4 \cdot B - (c+B)^2}}{c+B} \geq 3,0781$$

Das läßt sich umformen zu:

$$96.6 \quad 4 \cdot B - (c+B)^2 \geq 9,4747 \cdot (c+B)^2$$

Oder:

$$97.1 \quad 4 \cdot 1,236 \geq 10,4747 \cdot (c+1,1236)^2$$

Durch das Einsetzen des Wertes für β entsteht also wieder eine Ungleichung, in der c in quadratischer Form vorkommt:

$$97.2 \quad c^2 + 2 \cdot 1,06^2 \cdot c + 1,06^4 - \frac{(2 \cdot 1,06)^2}{10,4747} \leq 0$$

Entsprechend der Überlegung auf Seite 95 ist auch hier eine Nullstellenbestimmung erforderlich:

$$97.3 \quad c_{1/2} = -1,06^2 \pm \sqrt{1,06^4 - 1,06^4 + \frac{(2 \cdot 1,06)^2}{10,4747}}$$

oder:

$$97.4 \quad c_{1/2} = -1,1236 \pm 0,6550$$

Es gibt also keinen positiven c -Wert, der die Bedingung 96.5 erfüllen kann. Aus der Größe des Tangens kann geschlossen werden, daß nur Schwingungen mit größerer Phasenlänge bei positiven c auftreten.

Eine Untersuchung betreffs ständig positiver Wachstumsraten und weiterführend betreffs der Extremwerte der Schwankungen erübrigt sich, da es sich gezeigt hat, daß es keine ökonomisch sinnvollen Parameter gibt, die ein Oszillationsmodell vom Hicks-Typ, das einen wirklichkeitsnahen Verlauf zeigt, für den Fall der Jahresperiode entstehen lassen.

Wird nun die Periodeneinteilung geändert, so gelten andere Schranken für die Phasenlänge (94.1) und andere Wachstumsraten. Nach der Formel:

$$98.1 \quad (1+r)^n + (1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) = 1,06 \cdot n$$

in der $1+r$ die Wachstumsrate pro unterjährlicher Periode bei einem jährlichen Wachstum von 6 v.H. und n die Anzahl der Perioden pro Jahr ist, sind die Wachstumsraten im Fall der Halbjahresperiode 1,0395, im Fall der Vierteljahresperiode 1,0235 und im Fall der Monatsperiode 1,00893. Nach 93.5 muß R in der Nähe dieser Werte liegen. Da β dem Quadrat von R gleich ist, sind die jeweiligen β -Werte: 1,0806; 1,0476; 1,0179. (Es gilt die Reihenfolge Halbjahres-, Vierteljahres-, Monatsperiode.) Aus 93.4 resultieren die Grenzen für c : 0,9984; 0,9994; 0,9999.

Aus 94.1 werden nun weitere Schranken für c abgeleitet: $0,3895 \leq c \leq 0,5016$; $0,6741 \leq c \leq 0,7309$; $0,8785 \leq c \leq 0,9020$. Diese Werte wurden mit dem auf Seite 96 vorgeführten Verfahren ermittelt. Im Gegensatz zur Jahresperiode entstehen bei kürzeren Perioden positive Konsumquoten, die alle mit den jeweiligen Grenzen aus 93.4 vereinbar sind.

Es wird nun notwendig, auch die Bedingungen 93.6 und 94.2 - 5 zu überprüfen. Dazu müssen Anfangswerte vorgegeben werden. Es seien die jeweiligen Y_0 -Werte: 1200; 600; 200. Der Start erfolge aus einem statischen Gleichgewichtszustand heraus. Die Ergebnisse der Untersuchung sind dann:

1. Die Bedingung 93.6 ist immer erfüllt, da u positiv und c_3 negativ ist.
2. Die Bedingungen 94.2 - 5 sind außer im Fall der Halbjahresperiode erfüllt. In diesem Fall gilt 94.2 nicht für den unteren c -Wert aus 94.1, wohl aber für den oberen.

Es zeigt sich also, daß das Hicks-Modell einen wirklichkeitsnahen Verlauf aufweist, wenn die Periode ein Vierteljahr oder eine kürzere Zeit umfaßt. Der Wert dieser Erkenntnis wird im nächsten Abschnitt zu klären sein.

IV. Die Notwendigkeit und Problematik der Ober- und Untergrenze für das Sozialprodukt

Ein Erklärungswert kann dem Hicks-Modell nur dann zugestanden werden, wenn es sich herausstellt, daß die aus den Bedingungen von Seite 93ff gewonnenen Sollgrößen für die Konsumquote und den Akzelerator c und β mit den in der Wirklichkeit zu beobachtenden Werten übereinstimmen. Es wird somit notwendig, die Konsumquote und den Akzelerator aus den vorliegenden volkswirtschaftlichen Daten für die BRD zu ermitteln.

1. Der Nachweis der Notwendigkeit von Grenzen

1.1. Die Bestimmung der Höhe der Konsumquote

Zur Ableitung der Konsumquote werden die Komponenten der Verwendung des Sozialproduktes aufgezeigt. Da absolute Zahlen unwichtig sind, werden in Tabelle 2 die Quoten, jeweils in konstanten Preisen von 1962, für die Jahre 1960 bis 1966 der BRD dargestellt: (1)

Tabelle 2

Jahr	PV(2)	SV(3)	AI(4)	VV(5)	AB(6)
1960	55,8	13,8	24,6	2,7	3,1
1961	56,2	13,9	25,7	1,9	2,3
1962	57,0	14,8	26,0	1,1	1,0
1963	57,1	15,4	25,8	0,6	1,2
1964	56,3	14,3	27,0	1,3	1,1
1965	56,9	14,2	26,8	2,3	-0,1
1966	57,3	14,1	26,3	0,8	1,6

(1) Quelle/ Jahresgutachten des SVR (1972/73), S.215
(2) PV: Privater Verbrauch; (3) SV: Staatsverbrauch;
(4) AI: Anlageinvestitionen; (5) VV: Vorratsveränderung; (6) AB: Außenbeitrag

Da in dem Modell die in der Tabelle angeführten Aggregate nicht erklärt sind, sondern nur Investitionen und Konsum, wird es notwendig, einige Komponenten zusammenzufassen. Dazu bestehen zwei Möglichkeiten, weil mehr oder weniger gewaltsam aggregiert werden muß:

- 1) Alles sinnvollerweise zu den Investitionen zählende wird zusammengefaßt, der Konsum setzt sich aus den Restgrößen zusammen.
- 2) Ausgangsgröße ist der Konsum, der verbleibende Rest wird unter dem Begriff Investition subsumiert.

Da der Konsum wesentlich höher als die Investition ist, ist es weniger verzerrend, wenn ungeklärte Größen unter dem Konsum subsumiert werden. Daher wird hier von der ersten Möglichkeit Gebrauch gemacht. Es ergibt sich folgende Tabelle:

Tabelle 3

<u>Jahr</u>	<u>Investitionen</u>	<u>Konsum</u>
1960	27,3	72,7
1961	27,6	72,4
1962	27,1	72,8
1963	26,4	73,7
1964	28,3	71,7
1965	29,1	71,0
1966	27,1	73,0

In dieser Tabelle sind die Spalten 4 und 5 der Tabelle 2 zu Investitionen, die Spalten 2, 3 und 6 der Tabelle 2 zum Konsum zusammengefaßt. Etwaige

Abweichungen von der Gesamtsumme 100, die Summe der beiden Spalten 2 und 3 der Tabelle 3, gehen auf Rundungsfehler zurück.

Es ist nicht das Ziel dieser Aggregation gewesen, genaue Zahlen zu ermitteln. Wichtig ist allein die Größenordnung, die aus diesen Tabellen abzulesen ist. Deshalb wird für den weiteren Verlauf der Untersuchung angenommen, daß die Konsumquote zwischen 0,7 und 0,75 liegt. Auf eine genauere Untersuchung, ob die Konsumquote zeitabhängig ist, wird verzichtet. Der Wert der Konsumquote wird sich - im angegebenen Rahmen - nach den Erfordernissen der jeweiligen Modellvariante richten.

1.2. Die numerische Bestimmung des Akzelerators

Zur Ermittlung der Größenordnung des Akzelerators ist es notwendig, das Akzelerationsprinzip zu analysieren. Es sagt in der Hicks'schen Variante aus, wie hoch die nachgefragten induzierten Investitionen infolge der Veränderung des Sozialproduktes der Vor- gegenüber der Vorvorperiode sind.

Nimmt man nun an, daß zum Zeitpunkt $t-2$ der Auslastungsgrad der Kapazitäten z.B. 80 v.H. des als optimal angesehenen Auslastungsgrades und im Zeitpunkt $t-1$ z.B. 85 v.H. betrage, so ist nicht einzusehen, daß die von $t-2$ zu $t-1$ erfolgte Nachfragesteigerung, die in der Erhöhung des Auslastungsgrades zum Ausdruck kommt, das Bedürfnis zur Kapazitätserweiterung geweckt hat. Offensichtlich

kann eine erneute Nachfragesteigerung durch die Auslastung bisher ungenügend genutzter Kapazitäten befriedigt werden.

Die Anforderungen an den Auslastungsgrad sind also, damit die Akzeleratorhypothese sinnvoll ist, daß die Kapazitäten sowohl im Zeitpunkt $t-2$ als auch im Zeitpunkt $t-1$ optimal ausgelastet sind. Aus der Betrachtung für $t-2$, $t-1$ folgt induktiv, daß dann die Kapazitäten in jedem Zeitpunkt normal ausgelastet sein müssen. Bei der Verwendung der Akzeleratorhypothese wird also implizit vorausgesetzt, daß ständige Normalauslastung der Kapazitäten herrscht.

Jeder Nachfrageänderung muß daher eine entsprechende Kapazitätsänderung gegenüberstehen. Diese Kapazitätsänderung erfolgt aber gemäß dem Kapitalkoeffizienten v . Wenn also die optimale Auslastung erhalten bleiben soll, so muß der Akzelerator β dem Kapitalkoeffizienten v gleich sein.

Um den Kapitalkoeffizienten zu ermitteln, ist es erforderlich, Zahlen über die Kapitalbestände den Sozialprodukten gegenüberzustellen. Dazu wird auf die Berechnung von Kirner über das Bruttoanlagevermögen zurückgegriffen. (1) Die Werte der Kapitalbestände sind dort abhängig von der Überlebensfunktion, der die einzelnen Kapitalgüter unterliegen. Da es aber auch hier nur auf die Größenordnung und nicht auf exakte Werte ankommt, wird die Art der Überlebensfunktion unbedeutend, da nur geringe Unterschiede zwischen den Zahlen bestehen, die aufgrund rechteckiger, parabolischer

(1) Kirner (1968)

oder quasi-logistischer Funktionen entstanden sind.

Zur Bestimmung des Bruttoanlagevermögens wird willkürlich eine rechteckige Überlebensfunktion unterstellt. Um die Kapitalkoeffizienten errechnen zu können, muß eine Sozialproduktart ausgewählt werden, die mit dem Bruttoanlagevermögen vereinbar ist. Da es sich um eine Bruttogröße handelt, ist ein Bruttoprodukt sinnvoll und da sich die Berechnungen des Vermögens auf inländische Güter bezieht, ist das Bruttoinlandsprodukt angemessen. Die Division beider Größen ergibt einen Kapitalkoeffizienten, der eigentlich nicht auf das Hicks-Modell anwendbar ist, da dort nur Nettogrößen verwendet werden. Da Nettozahlen aber nicht verfügbar sind, wird angenommen, daß die Größenordnung übereinstimmt, so daß die Bruttowerte eingesetzt werden können.

Es ergibt sich für die BRD für den Zeitraum von 1950 bis 1967 folgende Tabelle: (1)

Tabelle 4

Jahr	BAV(2)	BIP(3)	v(4)
1950	457,70	113,07	4,0479
1951	472,91	125,00	3,7832
1952	489,26	135,30	3,6161
1953	506,73	145,55	3,4814
1954	428,02	156,95	3,3642
1955	552,56	175,15	3,1547
1956	582,48	187,03	3,1143
1957	614,44	197,06	3,1180
1958	639,55	203,18	3,1477
1959	681,17	217,96	3,1252

(1) Quellen: Kirner (1968), S.108 und 132; Statistisches Jahrbuch (1969), S.501; (1968), S.499; (1965), S.556

(2) BAV/Bruttoanlagevermögen; (3) BIP: Bruttoinlandsprodukt (4) Der Kapitalkoeffizient ergibt sich aus $\frac{BAV}{BIP}$

Fortsetzung von Tabelle 4

Jahr	BAV	BIP	v
1960	762,23	251,78	3,0273
1961	812,59	270,03	3,0091
1962	868,84	277,00	3,1366
1963	930,44	286,63	3,2461
1964	993,96	306,14	3,2467
1965	1065,06	323,83	3,2919
1966	1139,58	330,83	3,4446
1967	1213,45	331,74	3,6578

(Von 1950 bis 1959 ohne Berlin und Saarland,
ab 1960 mit Berlin und Saarland.)

Der Kapitalkoeffizient sinkt bis 1961 und steigt anschließend wieder. Da Hicks aber von einem konstanten Kapitalkoeffizienten ausgeht, ist es notwendig, einen plausiblen Wert zu ermitteln. Der durchschnittliche Kapitalkoeffizient hat den Wert 3,3340, da jedoch das Sozialprodukt umso stärker explodiert, je höher der Kapitalkoeffizient ist (bei gleicher Konsumquote), soll hier der niedrigste Kapitalkoeffizient verwendet werden. Die Annahme, daß $\beta=3$, ist jedoch willkürlich.

1.3. Die Bewegung des Modells bei der Anwendung wirklichkeitsnaher Parameter

Für das Wertepaar $c=0,75$ und $\beta=3$ soll zunächst die Bewegung des Grundmodells abgeleitet werden. Wegen β größer als eins liegt eine vom Trend weggerichtete Entwicklung vor. Aus 54.5 kann ermittelt werden, ob eine Schwingung oder eine exponentielle Bewegung vorliegt.

Es ist:

$$106.1 \quad c+b = 3,75$$

$$106.2 \quad (c+b)^2 = 14,0625$$

und:

$$106.3 \quad 4 \cdot b = 12$$

Damit ist die Diskriminante in 54.5 positiv, es besteht eine exponentielle Bewegung. Die Lösungen sind nach 54.2 :

$$106.4 \quad k_1 = 2,59307$$

$$106.5 \quad k_2 = 1,15693$$

Da beide Werte größer als $1+r = 1,06$ sind, geht die Wachstumsrate nach Gleichung 89.3 gegen 1.59307. Diese Wachstumsrate ist sehr hoch; sie sagt aus, daß sich das Sozialprodukt ab einem bestimmten Zeitpunkt jährlich um 159 v.H. steigert.

Das Gesamtergebnis ist die Gleichung für das Sozialprodukt:

$$106.6 \quad Y_t = 7,5612 \cdot A_0 \cdot (1,06)^t + c_1 \cdot (2,59307)^t + c_2 \cdot (1,15693)^t$$

A_0, c_1 und c_2 werden mit den Anfangswerten Y_0 und Y_1 ermittelt. Es sei $Y_0 = 960$, das Modell starte aus einer statischen Gleichgewichtssituation, so daß $Y_1 = 974,4$. Mit diesen Anfangswerten wird aus 106.6:

$$107.1 \quad Y_t = 1814,6971 \cdot (1,06)^t + 27,6058 \cdot (2,59307)^t \\ - 882,3029 \cdot (1,15693)^t$$

Die aus dieser Gleichung ableitbare Entwicklung des Sozialproduktes hat keinerlei Realitätsbezug.

Es ist bereits erwähnt worden, daß die Einteilung der Kalenderzeit in Perioden verschieden sein kann (Seite 98). Bisher wurde angenommen, daß eine Periode mit einem Kalenderjahr übereinstimmt. Eine Verkürzung der Periode auf beispielsweise ein Halbjahr oder einen Monat hat eine Veränderung des Kapitalkoeffizienten und der Wachstumsrate der autonomen Investitionen zur Folge. So verdoppelt sich im Fall einer Halbjahresperiode der Kapitalkoeffizient, da gegenüber der Jahresperiode bei gleichem Kapitalbestand und gleichem Auslastungsgrad die Hälfte des Sozialproduktes in der Periode produziert werden kann. Im Fall der Monatsperiode verzehnfacht sich der Kapitalkoeffizient gegenüber dem in der Jahresperiode geltenden.

Mit den auf Seite 98 angeführten Wachstumsraten und entsprechen geänderten Anfangswerten - für die Halbjahresperiode sei $Y_0 = 480$ und $Y_1 = 484,7399$, für die Monatsperiode sei $Y_0 = 80$ und $Y_1 = 80,1786$ - ändert sich 107.1 zu:

$$107.2 \quad Y_t = 2028,102 \cdot (1,0395)^t + 1,515 \cdot \\ \cdot (5,69677)^t - 1549,617 \cdot (1,05323)^t$$

für die Halbjahresperiode und

$$108.1 \quad y_t = - 337,974 \cdot (1,00893)^t + 0,0054 \cdot \\ \cdot (35,7428)^t + 417,9686 \cdot (1,0072)^t$$

für die Monatsperiode.

Je kürzer also die Periode ist, umso heftiger explodiert das System. Der Endwert der Wachstumsrate im Halbjahresfall sagt aus, daß das Sozialprodukt ab einem bestimmten Zeitpunkt um rund 470 v.H. pro Periode wächst, im Monatsfall liegt der Endwert der Wachstumsrate bei 3474 v.H. Ein Vergleich zwischen den drei Periodeneinteilungen ist am deutlichsten, wenn das Sozialprodukt nach 107.1-108.1 für einen bestimmten Kalenderzeitraum berechnet wird. So ist im Jahr 2 nach 107.1 ein Sozialprodukt von 1043,66 entstanden, nach 107.2 entsteht im zweiten Halbjahr des Jahres 2 ein Sozialprodukt von 2056,897 und nach 108.1 entsteht im letzten Monat des Jahres 2 ein Sozialprodukt von $2 \cdot 10^{33}$.

Die Änderung der Periodeneinteilung bewirkt also keine Annäherung an die Wirklichkeit, es treten im Gegenteil noch höhere Wachstumsraten auf als in dem Modell, in dem die Periode ein Kalenderjahr umfaßt. Es wird somit notwendig, neue Gesichtspunkte anzuführen, um das Modell wirklichkeitsnäher zu machen.

2. Die allgemeinen Eigenschaften der Grenzen

Die Erkenntnis über den Verlauf eines Modells mit realistischen Parametern stimmt mit den Annahmen von Hicks über die Entwicklung seines Grundmodells überein. (1) Um einen schwankenden Verlauf erzeugen zu können, somit den Modellablauf an die Wirklichkeit annähern zu können, führt er eine Ober- und Untergrenze ein. (2)

Mit diesen Grenzen soll ein mechanistischer Ablauf des Sozialproduktes erzielt werden, so daß das Sozialprodukt nach dem Beginn in irgendeinem Startpunkt über die explosive Ausdehnung der Nachfrage an eine exogen vorgegebene Obergrenze stößt. Die Wachstumsraten sind somit limitiert. Die Folge der Begrenzung ist, daß die induzierten Investitionen zunächst relativ, dann absolut abnehmen. Der Abschwung ist also eingeleitet. Er verläuft ebenfalls explosiv. Damit nun kein Sturz ins Bodenlose erfolgt, was unrealistisch wäre, ein endogener Bremsmechanismus aber nicht besteht, wird eine Untergrenze eingeführt, die die gleiche Auswirkung, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen, auf die induzierten Investitionen haben soll wie die Obergrenze. Ein neuer Aufschwung beginnt, das Sozialprodukt stößt wieder an die Obergrenze, kehrt dort um, stößt an die Untergrenze, kehrt dort um, usw.....(3)

(1) Hicks (1950), S. 89 ff

(2) Hicks (1950), S. 95 ff

(3) Hicks (1950), S. 99

2.1. Die Begründung und Art der Grenzen

Zur Rechtfertigung der Obergrenze führt Hicks (1) an, "that there is a direct restraint upon upward expansion in the form of a scarcity of employable resources". Dieser Gedankengang hat seine Berechtigung. Einer explosiven Nachfrage steht ein begrenztes Angebot gegenüber, da ab einem gewissen Punkt des Aufschwungs alle qualifizierten Arbeitskräfte voll ausgelastet sind. Neue Arbeitskräfte, Gastarbeiter oder bisher Unbeschäftigte, können erst nach einer bestimmten Anlernzeit in den Produktionsprozeß eingegliedert werden. Daneben sind in dieser Situation auch die vorhandenen Kapazitäten ausgelastet, so daß nicht alle nachgefragten Investitionsgüter hergestellt werden können, selbst wenn noch Arbeitskräfte zur Verfügung stünden. Eine Steigerung des Sozialproduktes ist nur noch möglich durch eine im Zuge der Veränderung der Kapitalintensität erzielbare Erhöhung der Arbeitsproduktivität und durch erhöhten technischen Fortschritt.

Somit ist das Modell nicht mehr rein nachfrageorientiert, eine Angebotskomponente ist hinzugegetreten, die sich zwar exogen vorgegeben entwickelt, das Modell aber insgesamt wirklichkeitsnäher gestaltet (siehe S. 38 ff).

Die Begründung der Untergrenze ist in dem Hicks' schen Werk nicht eindeutig angegeben. Einerseits stellt er sie graphisch als Parallele (in dem

(1) Hicks (1950), S. 95

halblogarithmischen Koordinatensystem) zur Obergrenze dar (1), andererseits sagt er aber, daß "disinvestment in fixed capital can only take place by a cessation of gross investment".(2) Daraus folgt, da die Bruttoinvestitionen die Summe aus Nettoinvestitionen und Abschreibungen sind, daß die Desinvestitionen, die negativen Nettoinvestitionen, nur in Höhe der Abschreibungen negativ werden können, denn dann sind die Bruttoinvestitionen null. Ein höherer negativer Wert der Nettoinvestitionen ist nicht möglich, da, wenn die Bruttoinvestitionen negativ werden, Kapitalbestände zerstört werden müssen.

Die verbale Erklärung von Hicks entspricht somit nicht unbedingt der in der Zeichnung zum Ausdruck kommenden Annahme, es hängt vielmehr von der Hypothese über die Entwicklung der Abschreibungen ab, ob die Untergrenze in der halblogarithmischen Darstellungsweise eine Parallele zur Obergrenze ist oder nicht.

2.2. Die Relation der exogenen Wachstumsraten zueinander

Da die Untergrenze nicht eindeutig bei Hicks angegeben ist, soll zunächst nicht auf sie eingegangen werden. Es wird daher nur die Obergrenze in das Grundmodell aufgenommen. Zu dem Grundmodell 51.2 bis 4

(1) Hicks (1950), S. 97 und 103

(2) Hicks (1950), S. 101

$$112.1 \quad C_t = c \cdot Y_{t-1}$$

$$112.2 \quad IIND_t = \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$112.3 \quad IAUT_t = A_0 \cdot (1+r_1)^t$$

$$112.4 \quad Y_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

kommt:

$$112.5 \quad O_t = O_0 \cdot (1+r_2)^t$$

hinzu. Es wird hier angenommen, daß die Obergrenze mit einer konstanten Wachstumsrate steigt. Da durch die Wachstumsrate der autonomen Investitionen der Trend des Modells bestimmt ist, besteht zwischen beiden Wachstumsraten zumindest ein modelltechnischer Zusammenhang.

Für die Bestimmung der Wachstumsrate der Obergrenze bietet sich die Entwicklung des Produktionspotentials an, da diese Größe Auskunft über das maximale Angebot in einer Volkswirtschaft gibt. Es liegt auf der Hand, daß die Ermittlung des Potentials mit erfassungstechnischen Schwierigkeiten verbunden ist, so daß erreichbare Zahlen mit Vorsicht zu behandeln sind. Wenn hier trotzdem der Versuch gemacht wird, numerische Werte zu finden, so ist das deshalb berechtigt, weil es, wie schon oft betont, nur auf die Größenordnung aller eingesetzten Zahlen ankommt.

Eine Darstellung des Produktionspotentials findet sich in den Jahresgutachten des SVR. Aus den Graphiken kann abgelesen werden, daß das Potential unabhängig von der Ausgangsbasis mit rund 6 v.H. jährlich wächst. (1) Ob ein Wachstum von 5 v.H. oder von 7 v.H. realistischer wäre, ist für diese Untersuchung ohne Bedeutung.

Der angenommene Prozentsatz steht natürlich mit der Wachstumsrate der autonomen Investitionen in einem Zusammenhang (s. auch S. 95) (2). Aus modeltechnischen Gründen müssen beide Wachstumsraten übereinstimmen. Dies wird zwar von Hicks gesehen, (3) eine Begründung unterbleibt jedoch.

Nimmt man an, die autonomen Investitionen steigen mit einer höheren Wachstumsrate als die Obergrenze, so gibt es einen Zeitpunkt, in dem die autonomen Investitionen an die Obergrenze stoßen. Dort sind Konsum und induzierte Investitionen null. Da dies ökonomisch sinnlos ist, muß der Fall einer höheren Wachstumsrate der autonomen Investitionen als die der Obergrenze abgelehnt werden.

Im Fall einer kleineren Wachstumsrate der autonomen Investitionen gegenüber der der Obergrenze entstehen unter der Voraussetzung der Existenz einer zyklischen Bewegung ständig wachsende Wachstumsraten des Sozialproduktes, wenn die Wachstumsraten in den gleichen Konjunkturphasen verglichen werden. Das läßt sich an einem Zahlenbeispiel leicht zeigen.

-
- (1) Zum Problem der Berechnung des Produktionspotentials: Jahresgutachten des SVR (1969), Ziffer 40 und Jahresgutachten des SVR (1970), S.14, Fußn.1
 - (2) Der Zusammenhang zwischen Obergrenze und induzierten Investitionen wird nicht berücksichtigt.
 - (3) Hicks (1950), S. 97

Angenommen, in t_0 stimmen Trend und Obergrenze überein, die Obergrenze entwickelt sich dann mit einer sechsprozentigen Steigerungsrate, der Trend soll um 2 v.H. jährlich wachsen, so liegen folgende Werte vor:

Tabelle 5

	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
Obergrenze	100	106	112.36	119.10	126.25	133.82	141.85
Trend	100	102	104.04	106.12	108.24	110.41	112.62
Untergrenze	-	-	-	-	-	-	-

	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}
O	150.36	159.38	168.95	179.08	189.83	201.22	213.29
T	114.87	117.17	119.51	121.90	124.34	126.82	129.36
U	-	-	-	-	-	-	-

Da die Untergrenze hier nicht interessiert, sind keine Werte angegeben. Der Verlauf des fiktiven Zyklus ist durch die Pfeile gekennzeichnet.

Die so entstehenden Wachstumsraten sind:

t_1 : 6 ; t_2 : - 1,85; t_5 :23,63; t_6 : - 15,84;
 t_9 : 44,19; t_{10} : - 27,84 und t_{13} : 68,18 v.H.

Eine derartige Entwicklung ist aber in der Realität nicht zu erkennen. Die Betrachtung zeigt, daß es durchaus gerechtfertigt ist, die Annahme von Hicks über die Gleichheit der beiden Wachstumsraten zu übernehmen. Auch die Bestimmung realitätsnäher Werte zeigt keine Widersprüche auf.

2.3. Das Verhältnis der Anfangswerte

Neben den beiden Wachstumsraten ist noch O_0 , die Höhe der Obergrenze im Zeitpunkt t_0 , zu fixieren. Geht man davon aus, daß in diesem Zeitpunkt das Sozialprodukt mit der Trendgröße übereinstimmt, so regelt O_0 die zulässigen Schwankungen des Auslastungsgrades.

Eine empirische Näherung des Verhältnisses O_0/Y_0 ist zu erreichen, wenn das Produktionspotential mit einer Sozialproduktart verglichen wird. (1) Der SVR wählt zu diesem Zweck das Bruttoinlandsprodukt, was sinnvoll ist, da das Potential auf inländische Kapazitäten bezogen wird.

Es zeigt sich, daß die Differenz zwischen Produktionspotential und Bruttoinlandsprodukt abhängt von der Berechnungsart des Potentials. Je höher der mögliche Auslastungsgrad ist, umso größer ist die Differenz. Aus der Untersuchung des SVR, der das Produktionspotential einmal auf der Basis von 1960, zum anderen auf der Basis von 1969 berechnet, geht das anschaulich hervor. Es entsteht also das Problem, welches Basisjahr sinnvollerweise zu wählen ist.

Wird das Jahr mit dem höchsten bisher erreichten Auslastungsgrad zu Grunde gelegt, so ist das Potential zu keinem Zeitpunkt der Vergangenheit überausgelastet. Es läßt sich die höchste relative Differenz ermitteln, deren Hälfte kann als Mittelage angesehen werden. Wird als Basis 1969 angesetzt,

(1) Jahresgutachten des SVR (1970), S. 14

so beträgt die höchste relative Abweichung (1967) rund 7 v.H. Das Sozialprodukt schwankt somit maximal um $\pm 3,5$ v.H. um den Trend.

Jedes andere Basisjahr hätte zur Folge, daß das Potential zumindest 1969 überausgelastet war. Somit entsteht das Problem der Festlegung einer Normalauslastung. Um dieser Komplikation aus dem Wege zu gehen, wird daher das erste Verfahren gewählt.

In Anbetracht der aus Tabelle 1 resultierenden Abweichung der Wachstumsraten vom Trend von 6 v.H. um ± 6 v.H. wird die festgestellte Abweichung von $\pm 3,5$ v.H. auf diese Größe erweitert, um keine zu engen Grenzen festzulegen im Fall irgendeiner Fehlberechnung. Das Verhältnis O_0/Y_0 ist somit 1,06.

3. Das Grundmodell mit einfacher Untergrenze

Die Einführung der Obergrenze und der noch zu bestimmenden Untergrenze bedeutet, daß der Verlauf des Sozialproduktes aus dem Modell heraus mit den bisher angewendeten mathematischen Hilfsmitteln nicht mehr bestimmt werden kann. Es wird notwendig, Simulationsmodelle aufzustellen, die Auskunft über die Wirkungsweise der Modelle geben können.

3.1. Die Bewegung bei wirklichkeitsnaher Obergrenze

Zunächst muß noch zur Vervollständigung die Untergrenze fixiert werden. Der Einfachheit halber wird die aus der graphischen Darstellung bei Hicks abzulesende Bewegung unterstellt, nach der die Untergrenze formal wie die Obergrenze aufgebaut ist.

Das Verhältnis U_0/Y_0 ist dann analog 0,94. Eine ökonomische Begründung einer derartigen Untergrenze ist nur zu finden, wenn man davon ausgeht, daß die wirtschaftspolitischen Instanzen eines Landes gerade nur die aus dieser Untergrenze resultierenden konjunkturellen Abschwünge hinnehmen wollen und weitere Abschwünge mit den ihnen zur Verfügung stehenden expansiven Maßnahmen verhindern können. Eine weitere, ohne weiteres Hicks unterstellbare Erklärung, daß nämlich die Abschreibungen genau diesen Verlauf haben, wird hier abgelehnt, da dies als Zufall anzusehen ist. Die Einführung realistischer Abschreibungen erfolgt später.

Das vollständige Modell umfaßt folgende Gleichungen:(1)

$$117.1 \quad C_t = 0,75 \cdot Y_{t-1}$$

$$117.2 \quad IIND_t = 3 \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$117.3 \quad IAUT_t = A_0 \cdot 1,06^t$$

$$117.4 \quad Y_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

$$117.5 \quad O_t = O_0 \cdot 1,06^t$$

$$117.6 \quad U_t = U_0 \cdot 1,06^t$$

Die Angebotsseite kommt in folgenden Begrenzungen zum Ausdruck:

a) wenn Y_t aus 117.4 größer ist als O_t , dann ist

$$117.7 \quad Y_t = O_t \text{ und } IIND_t = Y_t - C_t - IAUT_t$$

(1) Zunächst wird nur für den Fall der Jahresperiode dargestellt. Der Einfluß der Periodenverkürzung wird später ermittelt.

b) wenn Y_t aus 117.4 kleiner ist als U_t , dann ist:

$$118.1 \quad Y_t = U_t \text{ und } IIND_t = Y_t - C_t - IAUT_t$$

Aus den Grenzen ist unmittelbar zu ersehen, daß das Akzelerationsprinzip an der Ober- und Untergrenze unwirksam ist. An der Obergrenze müssen die induzierten Investitionen aus 117.7 als das Angebot verstanden werden, dem eine höhere Nachfrage aus 117.2 (nach dem Akzelerationsprinzip) gegenübersteht. Auch an der Untergrenze werden die induzierten Investitionen nicht gemäß dem Akzeleratorprinzip gebildet. Statt der niedrigen induzierten Investitionen aus 117.2 resultieren höhere aus 118.1, die mit (siehe S. 117) Zusatzinvestitionen des Staates oder aber durch den Ersatz des Akzelerators durch eine andere Bestimmungsmethode erklärt werden können.

Bevor ein Simulationsmodell errichtet werden kann, ist noch eine Kombination von Anfangswerten aufzustellen. Zur Bestimmung dieser Werte schlägt Hicks zwei Methoden vor, (1)

a) aus einem statischen,

b) aus einem dynamischen Gleichgewicht

heraus zu starten. Hier wird nahezu durchgehend mit der Methode a) gearbeitet. Sie ist einfacher, da im statischen Gleichgewicht das Sozialprodukt im Zeitablauf konstant ist; daher sind die induzierten Investitionen Null. Die autonomen Investitionen haben einen konstanten Wert, der von der Größe der Spar- bzw. Konsumquote abhängt. Um den Prozeß der Entfernung vom Gleichgewicht einzuleiten, müssen lediglich

(1) Hicks (1950), S. 56 ff

die autonomen Investitionen zu wachsen beginnen.

Demgegenüber ist die Aufstellung eines dynamischen Gleichgewichts an sich schon schwieriger, die Auslösung der Entfernung vom Trend muß zudem auch exogen erfolgen. Dieser unnötigen Komplikation wird daher aus dem Wege gegangen, zumal die Verwendung der Methode b keine weiteren Erkenntnisse bringt.

Im statischen Gleichgewicht gelte:

$$119.1 \quad C_0 = 0,75 \cdot Y_0$$

$$119.2 \quad IAUT_0 = A_0$$

$$119.3 \quad Y_0 = C_0 + IAUT_0$$

Durch Einsatz von 119.1 und 119.2 in 119.3 folgt:

$$119.4 \quad 0,25 \cdot Y_0 = A_0$$

oder:

$$119.5 \quad Y_0 = 4 \cdot A_0$$

Das Niveau der Entwicklung kann, wie aus 119.4 und 119.5 abzulesen ist, sowohl durch die Fixierung des Sozialproduktes im Zeitpunkt 0, als auch durch die Festlegung der autonomen Investitionen in diesem Zeitpunkt determiniert werden. Mit dem Verlauf des Modells hat die Niveaubestimmung nichts zu tun. Um einen möglichst glatten Wert zu erhalten, wird A_0 mit 250 angesetzt. Dann ist:

$$120.1 \quad Y_0 = 1000 ; \quad C_0 = 750 ; \quad IAUT_0 = 250$$

Durch die Annahme, die autonomen Investitionen beginnen im Zeitpunkt 0 zu wachsen, ist auch der Wert von $IAUT_1$ bestimmt: 265. Da die induzierten Investitionen in der Periode 1 null sind, der Konsum unverändert bleibt, da er von der Vorperiode abhängt, ist:

$$120.2 \quad Y_1 = 1015 ; \quad C_1 = 750 ; \quad IAUT_1 = 265$$

Mit den beiden Anfangswertkombinationen kann nun der Modellablauf hergeleitet werden, denn in der Periode 2 sind erstmals auch die induzierten Investitionen bestimmbar.

Die übrigen Unbekannten des Modelles 117.1 bis 118.1 sind in Übereinstimmung mit den Anfangswerten:

$$O_0 = 1060 \quad \text{und} \quad U_0 = 940$$

Die wichtigsten Größen des Simulationsmodelles sind:

(1) (tabellarische Darstellung)

(1) Sämtliche Simulationsmodelle wurden auf der CD-3300 des Rechenzentrums der Justus-Liebig-Universität Gießen ausgewertet. Die Programm-sprache ist ALGOL-60. Da die verwendeten Pro-gramme sehr einfach sind, wird auf eine Dar-stellung verzichtet. Sie können aber bei Be-darf jederzeit vom Verfasser zur Verfügung gestellt werden.

Tabelle 6

T	IAUT	IIND	C	Y	O
0	250	0	750	1000	1060
1	265	0	750	1015	1123
2	280	45	761	1087	1191
3	297	149	815	1262	1262
4	315	75	946	1338	1338
5	334	80	1003	1418	1418
6	354	85	1063	1503	1503

Es sind abgeschnittene, nicht gerundete Zahlen angeführt.

Der Anstoß des Sozialproduktes an die Obergrenze erfolgt nach Tabelle 6 in der Periode 3, daraufhin gehen in Periode 4 die induzierten Investitionen zurück, sie steigen aber entgegen der Vorhersage von Hicks in der Periode 5 wieder an. Dieser Anstieg ist von Dauer; bis zur Periode 60 (es werden, wie auch zukünftig, 60 Perioden berechnet) erfolgt keine Abkehr von der Obergrenze. Diese Erscheinung wird im folgenden Abschnitt erklärt.

3.2. Die Veränderung der Anfangswerte der Obergrenze

Die einzige Größe, die eine Umkehr an der Obergrenze verhindert haben kann, ist der Anfangswert der Obergrenze selbst. Eine andere Größe kann in diesem Modell keinen Einfluß haben. Die Obergrenze ist daher in ihrem Niveau zu variieren, damit festgestellt

kann, ob und wo ein Niveau besteht, das Schwankungen zuläßt. Offensichtlich erfolgt aber mit diesem Verfahren eine Abkehr von den vorher als realistisch erkannten Werten.

In einem ersten Schritt wird das Verhältnis O_0/Y_0 willkürlich mit 1,9 angesetzt, einem Wert, der vollkommen jeder empirischen Basis entbehrt, bedeutet er doch, daß das Sozialprodukt um ± 90 v. H. um seinen Trend schwanken kann. Das Verhältnis U_0/Y_0 wird übereinstimmend mit 0,1 angenommen. Dies ist nahezu der niedrigste Wert der Untergrenze, da sie sonst negativ wird.

Mit den Werten $O_0 = 1900$ und $U_0 = 100$ entsteht die Sequenztabelle:

Tabelle 7

T	IAUT	IIND	C	Y	O	U	
0	250	0	750	1000	1900	100	
1	265	0	750	1015	2014	106	
2	280	45	761	1087	2134	112	
3	297	216	815	1329	2262	119	
4	315	727	997	2040	2398	126	
5	334	678	1530	2542	2542	133	0
6	354	433	1906	2695	2695	141	0
7	375	457	2021	2854	2856	150	
8	398	479	2141	3019	3028	159	
9	422	492	2264	3178	3210	168	
10	447	479	2384	3311	3402	179	Max
11	474	397	2483	3355	3606	189	Max
12	503	132	2516	3152	3823	201	
13	533	-610	2364	2287	4052	213	
14	565	-2054	1715	226	4295	226	U, Min
15	599	-529	169	239	4553	239	U

Fortsetzung von Tabelle 7

T	IAUT	IIND	C	Y	O	U	
16	635	40	179	855	4826	254	
17	673	1847	641	3162	5116	269	
18	713	2337	2371	5423	5423	285	0
19	756	924	4067	5748	5748	302	0
20	801	976	4311	6089	6093	320	
21	849	1022	4567	6439	6459	339	
22	900	1049	4829	6780	6846	360	
23	954	1022	5085	7062	7257	381	
24	1012	847	5297	7157	7692	404	Max
25	1072	282	5367	6723	8154	429	
26	1137	-1301	5042	4878	8643	454	
27	1205	-4382	3658	482	9162	482	U, Min
28	1277	-1128	361	511	9712	511	U
29	1354	86	383	1824	10294	541	
30	1435	3940	1368	6745	10912	574	
31	1522	4986	5058	11567	11567	608	0
32	1613	1972	8675	12261	12261	645	0
33	1710	2082	9196	12988	12997	684	
34	1812	2180	9741	13734	13776	725	
35	1931	2239	10301	14461	14603	768	
36	2036	2181	10846	15064	15479	814	
37	2159	1807	11298	15265	16408	863	Max
38	2288	602	11449	14340	17393	915	
39	2425	-2775	10755	10405	18436	970	
40	2571	-9346	7803	1028	19542	1028	U, Min
41	2725	-2406	771	1090	20715	1090	U
42	2889	185	817	3892	21958	1155	
43	3062	8405	2919	14387	23275	1225	
44	3246	10635	10790	24672	24672	1298	0
45	3441	4207	18504	26152	26152	1376	0

Fortsetzung von Tabelle 7

T	IAUT	IIND	C	Y	O	U	
46	3647	4441	19614	27703	27721	1459	
47	3866	4651	20777	29295	29385	1546	
48	4098	4776	21971	30846	31148	1639	
49	4344	4652	23134	32131	33017	1737	
50	4605	3856	24098	32559	34998	1842	Max
51	4881	1285	24419	30586	37098	1952	
52	5174	-5920	22939	22139	39324	2069	
53	5484	-19936	16645	2193	41683	2193	U, Min
54	5813	-5133	1645	2325	44184	2325	U
55	6162	394	1744	8301	46235	2465	
56	6532	17928	6226	30686	49645	2612	
57	6924	22585	23015	52624	52624	2769	0
58	7339	8973	39468	55781	55781	2935	0
59	7780	9472	41836	59088	59128	3112	

Die Tabelle zeigt, daß in diesem Fall das Sozialprodukt tatsächlich schwankt. Die Kennzeichen bei verschiedenen Perioden bedeuten: O = Anstoß an die Obergrenze; U = Anstoß an die Untergrenze; Max = relatives Maximum des Sozialproduktes; Min = relatives Minimum des Sozialproduktes.

Die Maxima der Zyklen liegen in den Perioden 11, 24, 37 und 50, die Minima in den Perioden 14, 27, 40 und 53. Die Zyklen sind also regelmäßig. Ein Zyklus hat eine Phasenlänge von 13 Perioden, 10 davon sind Aufschwung-, drei Abschwungsperioden.

Der Zusammenstoß mit der Obergrenze erfolgt sechs Perioden vor dem Maximum, anschließend wächst das

Produkt bis zum Maximum mit einer geringeren Rate als die Obergrenze. Der absolute Rückgang des Sozialproduktes tritt also nicht unmittelbar nach der Abkehr von der Obergrenze ein. Dieser Verlauf des Sozialproduktes hat seine Ursache im Verlauf der induzierten Investitionen; dieser soll, beginnend im Minimum, betrachtet werden.

Nach dem Minimum in z.B. Periode 14 und dem Verbleib an der Untergrenze in Periode 15 sind die induzierten Investitionen in Periode 16 erstmals wieder positiv. Das bewirkt eine wesentliche Steigerung des Sozialproduktes in dieser Periode (um rund 250 v.H.). Daraus resultiert einmal eine sehr grosse Erhöhung der induzierten Investitionen in Periode 17, zum anderen ein sehr großer Anstieg des Konsums in ebendieser Periode. Dies wiederum führt zu einer großen Steigerung des Einkommens (um rund 270 v.H.), womit der Zusammenstoß mit der Obergrenze herbeigeführt ist. Das Einkommen verbleibt zwei Zeiteinheiten an der Obergrenze (Periode 18/19), in denen die induzierten Investitionen nicht via Akzelerator determiniert werden. Das rapide Wachstum wird an der Obergrenze gemäßigt; dies wirkt sich in der Periode 20 aus. Dort reichen die über das Akzelerationsprinzip errechneten Investitionen nicht aus, daß das Einkommen die Obergrenze noch einmal erreicht. Das ist auch in weiteren zwei Perioden zu erkennen, die Wachstumsraten der induzierten Investitionen sinken von 4,7 in Periode 21 auf 2,6 in Periode 22. Das führt zu einer weiteren Entfernung des Produktes von der Obergrenze. Die ständige Verkleinerung der Wachstumsraten des Sozialproduktes bewirkt schließlich einen absoluten Rückgang der induzierten Investitionen in Periode 23.

Dort wird das Sinken der induzierten Investitionen noch durch das Anwachsen des Konsums und der autonomen Investitionen kompensiert, so daß das Einkommen noch steigt. Dasselbe gilt für die Periode 24, in der das Maximum erreicht ist. Danach ist der Rückgang der induzierten Investitionen höher als die Zunahme der autonomen Investitionen und des Konsums. Der eingeleitete Abschwung bewegt sich sehr schnell in Richtung Untergrenze, die das Einkommen zwei Perioden später erreicht.

3.3. Der kritische Wert der Obergrenze

Es waren zwei Anfangswerte der Obergrenze betrachtet worden, bei einem entstand keine Schwankung des Sozialproduktes, bei dem anderen trat eine Schwankung ein. Es muß also einen Grenzwert geben, bei dem sich das Sozialprodukt gerade noch nicht von der Obergrenze nach einem Zusammenstoß entfernt. Die Ermittlung dieses Wertes wird dann zeigen, ob es ein Niveau der Obergrenze gibt, das einigermaßen sinnvolle Schwankungen zur Folge hat.

Auf diesem Grenzniveau müssen die induzierten Investitionen in der dritten Periode nach dem Zusammenstoß gerade ausreichen, daß das Sozialprodukt an der Obergrenze verbleibt. Sie werden dabei nach dem Akzelerationsprinzip gebildet. Ist T die dritte Periode nach dem Zusammenstoß, so gilt:

$$127.1 \quad IIND_T = 3 \cdot (O_{T-1} - O_{T-2})$$

Diese induzierten Investitionen müssen genau so groß sein wie die Differenz zwischen Obergrenze und der Summe des Konsums und der autonomen Investitionen. Per Induktionsschluß folgt dann, daß das System dann auch in allen nachfolgenden Perioden an der Obergrenze verbleibt.

Der Konsum in der Periode T hat wegen $Y_{T-1} = O_{T-1}$ die Höhe:

$$128.1 \quad C_T = 0,75 \cdot O_{T-1}$$

Da nach 117.5 $O_T = O_{T-1} \cdot 1,06$ ist, kann 128.1 auch geschrieben werden:

$$128.2 \quad C_T = \frac{0,75}{1,06} \cdot O_T$$

Die autonomen Investitionen entwickeln sich gemäß:

$$128.3 \quad IAUT_t = 250 \cdot 1,06^t$$

Da:

$$128.4 \quad O_t = O_0 \cdot 1,06^t$$

ist, lassen sich die autonomen Investitionen auch schreiben (128.4 wird in 128.3 eingesetzt):

$$128.5 \quad IAUT_t = 250 \cdot \frac{O_t}{O_0}$$

Nach der eingangs erwähnten Bedingung (S.127) ist dann:

$$129.1 \quad 0_T - \frac{0,75}{1,06} \cdot 0_T - \frac{250}{0_0} \cdot 0_T = 3 \cdot (0_{T-1} - 0_{T-2})$$

Da $0_T = 0_{T-1} \cdot 1,06$ und $0_T = 0_{T-2} \cdot 1,06^2$ sind, wird aus 129.1:

$$129.2 \quad 0_T - \frac{0,75}{1,06} \cdot 0_T - \frac{250}{0_0} \cdot 0_T = \frac{3}{1,06^2} \cdot (1,06 \cdot 0_T - 0_T)$$

Nach Division durch 0_T wird 129.2 aufgelöst nach 0_0 :

$$129.3 \quad 0_0 = \frac{250 \cdot 1,1236}{0,3286 - 0,18}$$

Der Grenzwert der Obergrenze hängt natürlich in proportionaler Form von dem Anfangswert der autonomen Investitionen ab. Das Ergebnis ist:

$$129.4 \quad 0_0 = 1890,309556$$

Dieser Wert sagt aus, daß eine Überauslastungsmöglichkeit von 89 v.H. bestehen muß. Wenn der maximale Auslastungsgrad 100 v.H. beträgt, so wäre in diesem Fall der Normalauslastungsgrad 52,9 v.H. Ein derartig niedriger Wert ist jedoch nicht zu beobachten.

Der Wert 129.4 soll durch ein Simulationsmodell überprüft werden. Als Testgröße, ob das Sozialprodukt genau an der Obergrenze verläuft, kann einerseits die Differenz zwischen Einkommen und Obergrenze verwendet werden. Sie wirkt allerdings nur einseitig, wenn Abweichungen nach unten entstehen. Um Abweichungen nach oben feststellen zu können, müssen die Nachfragekomponenten der Obergrenze gegenübergestellt werden. Dann kann aber

auch sofort die zweite mögliche Testgröße eingeführt werden, die Differenz zwischen den induzierten Investitionen aufgrund des Akzeleratorprinzips und denen aus der Beschränkung durch die Obergrenze nach 117.7.

In der Sequenztabelle werden nur die ersten 16 Perioden angeführt, da sich keine Veränderung in den restlichen Perioden ergibt.

Tabelle 8

T	IAUT	IIND	C	Y	O	IIND _a - IIND _b	
0	250	0	750	1000	1890	0	
1	265	0	750	1015	2003	0	
2	280	45	761	1087	2123	0	
3	297	216	815	1329	2251	0	
4	315	727	997	2040	2386	0	
5	334	665	1530	2529	2529	1466	0
6	354	429	1897	2681	2681	1039	0
7	375	455	2011	2842	2842	0,0000001	0
8	398	482	2131	3012	3012	0,00000002	0
9	422	511	2259	3193	3193	0,00000001	0
10	447	542	2395	3385	3385	0,00000002	0
11	474	574	2538	3588	3588	0,00000002	0
12	503	609	2691	3803	3803	0,00000002	0
13	533	645	2852	4031	4031	0,00000001	0
14	565	684	3032	4273	4273	0,00000001	0
15	599	725	3205	4530	4530	0,00000003	0

Der Zusammenstoß mit der Obergrenze erfolgt in der Periode 5, das Sozialprodukt verbleibt anschließend an der Obergrenze.

Die Differenz $IIND_a - IIND_b$ (a steht für Akzelerator, b für Begrenzung) ist null, solange das System die Obergrenze nicht erreicht hat. Ist der Zusammenstoß erfolgt, so sind die induzierten Investitionen aufgrund des Akzelerationsprinzips höher als die induzierten Investitionen, die aus der Einführung der Obergrenze resultieren. Die Differenz ist also positiv. Soll das Sozialprodukt dann an der Obergrenze verbleiben, so muß die Differenz ab der zweiten Periode nach dem Zusammenstoß, hier ab Periode 7, null sein. Die minimalen Abweichungen von null entstehen durch Rundungsfehler, sind für das Ergebnis an sich jedoch ohne Bedeutung.

Das Ergebnis dieser ersten Untersuchung ist, daß ein schwankender Verlauf des Sozialproduktes mit wirklichkeitsnahen Koeffizienten und Schranken nicht erhalten wird. Eine Schwankung tritt erst dann ein, wenn realitätsferne Grenzen angesetzt werden.

Die Bestimmung der kritischen Obergrenze ist nicht unabhängig von der Periodeneinteilung, da sowohl der Akzelerationskoeffizient als auch die Wachstumsrate der autonomen Investitionen in die Berechnung der Obergrenze eingehen. Das Verhältnis O_0/Y_0 ist im Fall der Halbjahresperiode 4,2252, im Fall der Vierteljahresperiode 426,3481 und im Fall der Monatsperiode -4,2247. Es zeigt sich, daß die Verkürzung der Periode auf ein halbes Jahr eine noch unrealistischere kritische Obergrenze nach sich zieht. Eine weitere Verkürzung der Periode hat negative kritische Obergrenzen zur Folge. Die nega-

tiven Werte sagen aus, daß eine Abkehr von einer positiven Obergrenze nicht erfolgen kann. Nach einem Zusammenstoß mit der Obergrenze bleibt das System stets an ihr haften. Da die Periodenverkürzung realitätsfernere Ergebnisse erbringt, wird das Hicks-Modell nur noch mit der Jahresperiode untersucht.

Im weiteren Verlauf der Untersuchung ist nun zu prüfen, ob durch gewisse, im Rahmen der Hicks'schen Gedankengänge bleibende Modifikationen Schwankungen des Sozialproduktes erzielt werden können, um dann anschließend die Wachstumsraten zu analysieren.

4. Das Grundmodell mit verbesserter Untergrenze

Die erste Abwandlung betrifft die exogene Untergrenze, die mit Hilfe der Abschreibungen endogenisiert werden soll. Zu diesem Zweck muß die Abschreibungsfunktion gebildet werden. Es liegt nahe, die Abschreibungen im Zusammenhang mit dem Kapital zu sehen; dies bereitet jedoch im Hicks'schen Modell Schwierigkeiten, da eine genaue Analyse des Kapitals nicht vorgesehen ist. Wurde im Modell ohne Ober- und Untergrenze ein festes Verhältnis zwischen Kapital und Sozialprodukt unterstellt, so ist dies nach der Einführung von Schranken nicht mehr möglich, da an der Obergrenze beispielsweise das Akzelerationsprinzip, aus dem der Zusammenhang von Kapital und Sozialprodukt folgte, nicht mehr gilt. Ohne die zusätzliche Einführung einer Hypothese über die Entwicklung des Kapitals, kann also

eine Abschreibungsfunktion des angesprochenen Typs nicht abgeleitet werden.

Einen Zusammenhang zwischen Kapital und Abschreibung zu begründen, wäre nur dann empirisch relevant, wenn die vorliegenden Zahlen über Abschreibungen der tatsächlichen Wertminderung des Kapitalbestandes entsprächen. Dies ist jedoch nicht der Fall, die Zahlen werden vielmehr vom Statistischen Bundesamt geschätzt. Aus der anschließenden Regressionsanalyse ist zu schließen, daß die Schätzungen an Hand des Bruttoinlandsproduktes vorgenommen werden.

Es ergibt sich für das Bruttoinlandsprodukt und die Abschreibungen, jeweils in Preisen von 1962, für den Zeitraum von 1960 bis 1969 die lineare Regressionsfunktion: (1)

$$133.1 \quad D_t = d \cdot BIP_t + D_0$$

D = Abschreibungen

BIP = Bruttoinlandsprodukt

d = marginale Abschreibungsquote

D_0 = Abschreibungen im Zeitpunkt 0

(Abschreibungen und Bruttoinlandsprodukt in Mrd.DM)

Die Schätzung ergibt:

$$133.2 \quad D_t = 0,1722 \cdot BIP_t - 28,4508$$

mit dem Konfidenzintervall $0,1412 \leq d \leq 0,2031$ bei einer Aussagesicherheit von 99 %. Die Hypothese $d=0$ wird mit dem t-Test überprüft. Sie ist bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 1 % abzulehnen.

(1) Jahresgutachten des SVR (1970), S. 137

Denn die errechnete Prüfgröße hat den Wert 18,7037, sie überschreitet die Grenze des Annahmebereiches (2,9) wesentlich. Aufgrund dieses Testes scheint der lineare Zusammenhang zwischen Abschreibung und Bruttoinlandsprodukt statistisch gesichert zu sein.

Um die Regressionsfunktion in einem Modell verwenden zu können, muß die Konstante relativiert werden, da das Modellniveau nicht mit dem realen Niveau übereinstimmt, das infolge seiner Höhe unnötige rechnerische Komplikationen hervorrufen würde. Die Relativierung erfolgt an dem Bruttoinlandsprodukt von 1960. Somit soll im weiteren Verlauf der Untersuchung die Abschreibungsfunktion gelten:

$$134.1 \quad D_t = 0,17 \cdot BY_t - D_0$$

$$\text{mit } D_0 = 0,09 \cdot BY_0$$

BY = Bruttonprodukt

Das so entstehende Modell verändert sich gegenüber dem letzten Modell (Seite 117), da Brutto- und Nettogrößen eingeführt werden müssen. Es ist:

$$134.2 \quad C_t = 0,75 \cdot NY_{t-1}$$

$$134.3 \quad IIND_t = 3 \cdot (NY_{t-1} - NY_{t-2})$$

$$134.4 \quad IAUT_t = 250 \cdot 1,06^t$$

$$134.5 \quad NY_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

$$135.1 \quad O_t = O_0 \cdot 1,06^t$$

$$135.2 \quad D_t = 0,17 \cdot BY_t - D_0$$

$$135.3 \quad D_0 = 0,09 \cdot BY_0$$

$$135.4 \quad BY_t = NY_t + D_t$$

Es gelten die Grenzen:

a) wenn NY_t aus 134.5 größer ist als O_t , dann ist

$$135.5 \quad NY_t = O_t \text{ und } IIND_t = NY_t - C_t - IAUT_t$$

b) wenn die Summe der autonomen und induzierten Investitionen kleiner ist als der negative Wert der Abschreibungen, dann ist:

$$135.6 \quad IIND_t = - IAUT_t - D_t$$

Um die Wirkungsweise der endogenen gegenüber der exogenen Untergrenze beurteilen zu können, muß das Sozialprodukt schwanken. Da sich bezüglich der Größen, die die Schwankung entstehen lassen, nichts geändert hat, wird das Verhältnis $O_0/NY_0 = 1,9$, das sehr wirklichkeitsfern ist, angesetzt.

Mit diesen Werten wird das Simulationsmodell vollständig. Sein Verlauf ist:

Tabelle 9

T	IAUT	C	NY	O	U	IIND	
0	250	750	1000	1900	-86	0	
1	265	750	1015	2014	-90	0	
2	280	761	1087	2134	-104	45	
3	297	815	1329	2262	-154	216	
4	315	997	2040	2398	-299	727	
5	334	1530	2542	2542	-402	678	0
6	354	1906	2695	2695	-434	433	0
7	375	2021	2854	2856	-466	457	
8	398	2141	3019	3028	-500	479	
9	422	2264	3178	3210	-533	492	
10	447	2384	3311	3402	-560	479	
11	474	2483	3355	3606	-569	397	Max
12	503	2516	3152	3823	-527	132	
13	533	2364	2287	4052	-350	-610	
14	565	1715	1521	4295	-193	-759	U
15	599	1141	1045	4553	-96	-695	U
16	635	783	748	4826	-35	-670	U
17	673	561	563	5116	2	-670	U, Min
18	713	422	582	5423	-1	-554	
19	756	436	1249	5748	-137	55	
20	801	936	3738	6093	-647	2000	
21	849	2804	6459	6459	-1205	2805	0
22	900	4844	6846	6846	-1284	1101	0
23	954	5135	7252	7252	-1367	1162	
24	1012	5439	7669	7692	-1452	1217	
25	1072	5742	8075	8154	-1536	1250	
26	1137	6056	8411	8643	-1605	1218	
27	1205	6308	8524	9162	-1628	1009	Max.
28	1277	6393	8007	9712	-1522	336	
29	1354	6005	5810	10294	-1072	-1549	
30	1435	4357	3714	10912	-642	-2078	U
31	1522	2786	2410	11562	-375	-1897	U
32	1613	1807	1598	12261	-209	-1822	U
33	1710	1198	1092	12997	-105	-1816	U, Min
34	1812	819	1115	13776	-110	-1516	
35	1921	836	2827	14603	-461	69	
36	2036	2120	9293	15479	-1785	5135	
37	2159	6969	16408	16408	-3242	7297	0
38	2288	12308	17393	17393	-3444	2798	0
39	2425	13044	18424	18436	-3655	2953	
40	2571	13818	19483	19542	-3872	3093	
41	2725	14612	20514	20715	-4083	3176	
42	2889	15385	21369	21958	-4258	3094	
43	3062	16026	21654	23275	-4317	2564	Max
44	3246	15240	20341	24672	-4048	854	
45	3441	15256	14760	26152	-2905	-3937	
46	3647	11070	9285	27721	-1784	-5431	U
47	3866	6964	5878	29385	-1086	-4952	U
48	4098	4408	3757	31148	-651	-4750	U
49	4344	2817	2436	33017	-381	-4752	U, Min
50	4605	1827	2471	34998	-388	-3961	

Fortsetzung von Tabelle 9

T	IAUT	C	NY	O	U	IIND	
51	4881	1853	6838	37098	-1282	103	
52	5174	5128	23403	39324	-4675	13100	
53	5484	17552	41683	41683	-8419	18646	0
54	5813	31262	44184	44184	-8931	7108	
55	6162	33183	46804	48835	-9468	7503	
56	6532	35103	49493	49645	-10019	7858	
57	6924	37120	52113	52624	-10556	8069	
58	7339	39085	54285	55781	-11000	7860	
59	7780	40714	55009	59128	-11149	6510	Max

Aus dem Startpunkt in der Periode 0 steigt das Einkommen ständig stärker an, in der Periode 5 erfolgt der erste Zusammenstoß mit der Obergrenze, an der das System wie bisher noch eine weitere Periode verharret. Danach steigt das Sozialprodukt noch weitere 5 Perioden an, jedoch mit sinkenden Wachstumsraten, die stets kleiner sind als die Wachstumsraten der Obergrenze. In der Periode 11 ist also das Maximum erreicht. Drei Perioden später stößt das Einkommen an die Untergrenze, wo es vier Perioden verharret. In der letzten dieser vier Perioden, in Periode 17 also, ist das Minimum des Verlaufs zu erkennen. Anschließend steigt das Sozialprodukt sehr stark an, erreicht nach 4 Perioden die Obergrenze. Der weitere Verlauf stimmt mit dem bisher beschriebenen überein. Es liegt somit ein zehnerperiodiger Aufschwung und ein sechserperiodiger Abschwung vor. Maxima enthalten die Perioden 11, 27, 42 und 59, Minima die Perioden 17, 33 und 49.

Der Vergleich mit dem entsprechenden System (S.122-124) zeigt, daß der Aufschwung von gleicher Dauer in beiden Fällen ist und daß der Zusammenstoß analog stattfindet. Der Abschwung hält im letzten Modell jedoch drei Perioden länger an. Er führt

aber nicht auf ein so tiefes Niveau wie der Abschwung im vorhergehenden Fall. Das liegt einmal an der gewählten Abschreibungsfunktion, zum anderen aber auch daran, daß der Bremsmechanismus direkt im Investitionsgüterbereich ansetzt. Die Investitionen werden gebremst, ohne daß der Konsum direkt tangiert wird. Somit entsteht zwangsläufig ein Minimum auf höherem Niveau, als es erreicht wird, wenn der Konsum ebenfalls in die Begrenzung einbezogen wird und auf diese Weise die induzierten Investitionen, die ja an der Untergrenze Restgröße sind, seinerseits verringert.

Mit den Abschreibungen als Untergrenze ist die Erscheinung vereinbar, daß im letzten Modell ein längeres Verharren an der ^Untergrenze zu verzeichnen ist. Durch die Verwendung der Abschreibungen wird die Dauer des Abbaus der Kapazitäten in Rechnung gestellt. Der Anstoß zu einem Anstieg des Produktes kann dann nur durch die autonomen Investitionen erfolgen. Erst wenn dieser Anstoß erfolgt, wird der Umkehrpunkt, das Minimum, erreicht. Denn durch die Bindung der Abschreibungen an das Sozialprodukt verhalten sich diese prozyklisch, verringern sich also im Abschwung. Ohne exogenen Anstoß sinkt das Sozialprodukt unbeschränkt. Die Rolle der autonomen Investitionen ist daher erweitert. Sie sind nicht mehr nur Wachstumserzeuger, sondern sie lösen auch jeden neuen Aufschwung aus.

Diese Rolle kam im vorhergehenden Modell der exogenen Untergrenze zu, denn weil in der ersten Periode des Zusammenstoßes das Minimum erreicht war, wurde in der übernächsten Periode ein Aufschwung

zwangsläufig ausgelöst, auch wenn das Modell in der auf das Minimum folgenden Periode noch an der Untergrenze verblieb.

Empirische Relevanz kommt dem letzten Modell wegen der zu hohen Schwankungsbreite ebenso wie dem früheren Modell nicht zu. Eine Annäherung an die Wirklichkeit ist nur insofern zu sehen, daß kein so starker Abfall des Sozialproduktes eintritt und daß die Begründung der Untergrenze realitätsnäher ist. Ein wesentlicher Fortschritt ist dies aber nicht.

D Die Ansätze zur Verbesserung des Realitätsbezuges

I. Die Auswirkungen veränderter Lagbeziehungen

Im folgenden wird versucht, das Modell so zu verändern, daß die wesentlichen Grundgedanken, Akzele-
rator, Multiplikator und exogenes Wachstum, im Prin-
zip erhalten bleiben. Für Modifikationen bieten
sich zwei Ansatzpunkte an. Einmal besteht die Mög-
lichkeit, die Grenzen zu verändern, zum anderen
können die Verhaltensgleichungen variiert werden.
Die Veränderung der Grenzen wird im nächsten Ka-
pitel (II) behandelt.

1. Die Abwandlungen der Funktion der induzierten Investitionen

Wie bereits erwähnt wurde, soll bei einer Modifi-
kation der Verhaltensgleichungen, also auch bei
der hier zu verändernden Akzeleratorhypothese, die
Hicks'sche Vorstellung nicht angetastet werden. Da-
raus folgt aber für die Variationsmöglichkeit, daß
nur die Lags in der Investitionsfunktion geändert
werden können.

1.1. Die Annahme einer kürzeren Reaktionszeit

Die Ausgangsfunktion für die induzierten Investi-
tionen war:

$$140.1 \quad IIND_t = \beta \cdot (NY_{t-1} - NY_{t-2})$$

Die Nachfrage nach Investitionsgütern beruht also auf der Veränderung des Sozialproduktes der letzten und der vorletzten Periode. Diese lange Reaktionszeit erscheint unrealistisch. Wahrscheinlicher ist es, daß Unternehmer ihre Investitionsgüternachfrage nach der Veränderung des Sozialproduktes der laufenden zur vergangenen Periode richten. Die Investitionsfunktion verändert sich zu:

$$141.1 \quad IIND_t = \beta \cdot (NY_t - NY_{t-1})$$

Die Gleichung sagt aus, daß das Einkommen einer Periode t durch eine Komponente fixiert wird, die es selbst bestimmt. In 141.1 kommt demnach ein Prozeß der simultanen Bildung von Investitionen und Einkommen zum Ausdruck.

Mit 141.1 ändert sich das Modell zu:

$$141.2 \quad C_t = c \cdot NY_{t-1}$$

$$141.3 \quad IAUT_t = A_0 \cdot 1,06^t$$

$$141.4 \quad IIND_t = \beta \cdot (NY_t - NY_{t-1})$$

$$141.5 \quad NY_t = C_t + IAUT_t + IIND_t$$

$$141.6 \quad BY_t = NY_t + D_t$$

$$141.7 \quad D_t = d \cdot BY_t - D_0$$

$$141.8 \quad O_t = O_0 \cdot 1,06^t$$

Die Grenzen stimmen mit den auf Seite 134ff erwähnten überein.

141.2 bis 4 werden in 141.5 eingesetzt, um die Finalgleichung des Modells zu erhalten; sie lautet:

$$142.1 \quad (1-\beta) \cdot NY_t + (\beta-c) \cdot NY_{t-1} = A_0 \cdot 1,06^t$$

oder:

$$142.2 \quad NY_t - \frac{\beta-c}{\beta-1} \cdot NY_{t-1} = \frac{A_0}{1-\beta} \cdot 1,06^t$$

Hier liegt also nur eine Differenzengleichung ersten Grades vor. Die daraus resultierende Bewegung kann eine Entfernung vom Trend, eine Parallelentwicklung zum oder eine Annäherung an den Trend sein. Der Trend wird über den Ansatz $\overline{NY}_t = u \cdot 1,06^t$ erhalten. Die Größe u in der speziellen Lösung wird durch den Einsatz des Ansatzes in 142.2 ermittelt:

$$142.3 \quad u \cdot 1,06^t - \frac{\beta-c}{\beta-1} \cdot u \cdot 1,06^{t-1} = \frac{A_0}{1-\beta} \cdot 1,06^t$$

142.3 ist durch $1,06^{t-1}$ zu dividieren und dann nach u aufzulösen. Das Ergebnis dieser Umwandlung ist:

$$142.4 \quad u = \frac{-A_0 \cdot 1,06}{0,06 \cdot \beta + c - 1,06}$$

Der Trend entwickelt sich also gemäß:

$$142.5 \quad \overline{NY}_t = \frac{1,06 \cdot A_0}{1,06 - 0,06 \cdot \beta - c} \cdot 1,06^t$$

Die allgemeine Lösung des homogenen Teils der Differenzengleichung 142.2 ergibt sich aus dem Ansatz:

$$143.1 \quad \overline{NY}_t = c_1 \cdot k^t$$

Nach Einsatz in den homogenen Teil von 142.2 folgt:

$$143.2 \quad c_1 \cdot k^t - \frac{\beta - c}{\beta - 1} \cdot c_1 \cdot k^{t-1} = 0$$

143.2 wird durch $c_1 \cdot k^{t-1}$ dividiert, um die Lösung für k zu bekommen:

$$143.3 \quad k = \frac{\beta - c}{\beta - 1}$$

Die Abweichung vom Trend wird durch die Gleichung

$$143.4 \quad \overline{NY}_t = c_1 \cdot \left(\frac{\beta - c}{\beta - 1}\right)^t$$

beschrieben.

Werden die empirisch relevanten Werte für c und β verwendet, so zeigt sich die Entwicklung des Sozialproduktes in:

$$143.5 \quad NY_t = c_1 \cdot 1,125^t + \frac{1,06}{0,13} \cdot A_0 \cdot 1,06^t$$

Die Startbedingungen sollen dem Ursprungsmodell entsprechen. Dort war $A_0 = 250$ und daraus folgend $NY_0 = 1000$. Mit diesen beiden Werten kann c_1 aus 143.5 errechnet werden. Es ist:

$$143.6 \quad NY_0 = c_1 + \frac{1,06}{0,13} \cdot A_0 \quad \text{und}$$

$$143.7 \quad 1000 = c_1 + \frac{1,06}{0,13} \cdot 250$$

Somit wird c_1 zu:

$$144.1 \quad c_1 = -1038,4615$$

Mit diesen Werten wird aus 143.5:

$$144.2 \quad NY_t = -1038,4615 \cdot 1,125^t + 2038,4615 \cdot 1,06^t$$

An Hand dieser Gleichung kann beurteilt werden, wie sich das Sozialprodukt entwickelt. Da die Wachstumsrate des ersten Terms der rechten Seite von 144.2 größer ist als die des zweiten Terms, erfolgt ein ständiger Abschwung, der ab einem gewissen Punkt T im negativen Bereich anlangt.

Eine weitere Betrachtung erübrigt sich eigentlich, jedoch läßt sich an dieser Stelle der Einfluß der Untergrenze gut zeigen. In dem Moment, indem das Modell an die Untergrenze stößt, gilt die Schranke:

$$144.3 \quad NY_t = C_t - D_t$$

Das ist unmittelbar einsichtig, wenn 136.5 in 141.5 eingesetzt wird.

144.3 kann umgeformt werden:

$$144.4 \quad NY_t = 0,75 \cdot NY_{t-1} + D_0 - 0,17 \cdot BY_t$$

Wegen $BY_t = NY_t + D_t$ und $D_t = -D_0 + 0,17 \cdot BY_t$ ist:

$$144.5 \quad NY_t = 0,75 \cdot NY_{t-1} + D_0 - 0,17 \cdot NY_t + 0,17 \cdot D_0 - 0,17^2 \cdot BY_t$$

oder:

$$145.1 \quad NY_t + 0,17 \cdot NY_t = 0,75 \cdot NY_{t-1} + D_0 + 0,17 \cdot D_0 - 0,17^2 \cdot BY_t$$

Nach m-maliger Wiederholung des Substitutionsvorganges, m beliebig groß, wird aus 145.1:

$$145.2 \quad NY_t \cdot (1 + 0,17 + 0,17^2 + \dots + 0,17^m) = 0,75 \cdot NY_{t-1} + D_0 \cdot (1 + 0,17 + 0,17^2 + \dots + 0,17^m) - 0,17^{m+1} \cdot BY_t$$

Für diese Gleichung kann eine Grenzwertbetrachtung für m gegen unendlich durchgeführt werden. Mit den Sätzen über Grenzwerte ist:

$$145.3 \quad NY_t \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} (1 + 0,17 + 0,17^2 + \dots + 0,17^m) = 0,75 \cdot NY_{t-1} + D_0 \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} (1 + 0,17 + 0,17^2 + \dots + 0,17^m) - BY_t \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} 0,17^{m+1}$$

Zwei der Grenzwerte betreffen unendliche geometrische Reihen, die beide den Multiplikator 0,17 haben, deren Summe daher gleich ist, nämlich $1/(1-0,17)$. Da der Grenzwert der Folge $0,17; 0,17^2; \dots$ wegen:

$$145.4 \quad \lim_{m \rightarrow \infty} q^m = 0 \text{ für } |q| < 1$$

ebenfalls 0 ist, wird das Ergebnis der Grenzwertbetrachtung:

$$145.5 \quad \frac{NY_t}{1 - 0,17} = 0,75 \cdot NY_{t-1} + \frac{D_0}{1 - 0,17}$$

oder:

$$146.1 \quad NY_t - 0,6225 \cdot NY_{t-1} = D_0$$

Nach dem Zusammenstoß mit der Untergrenze verläuft das Einkommen nach der aus der Differenzengleichung 146.1 resultierenden Bewegung. Die spezielle Lösung der inhomogenen Differenzengleichung erfolgt über den Ansatz $\overline{NY}_t = u$ und ergibt:

$$146.2 \quad u - 0,6225 \cdot u = D_0$$

Somit ist u:

$$146.3 \quad u = \frac{D_0}{0,3775}$$

Es liegt also kein Trend, sondern ein konstanter Wert vor. Aus dem Ansatz $\overline{\overline{NY}}_t = c_1 \cdot k^t$ folgt die Lösung des homogenen Teils der Differenzengleichung 146.1:

$$146.4 \quad \overline{\overline{NY}}_t = c_1 \cdot 0,6225^t$$

Die Gesamtlösung ist:

$$146.5 \quad NY_t = c_1 \cdot 0,6225^t + \frac{D_0}{0,3775}$$

Für t gegen unendlich geht NY gegen den zweiten Term der rechten Seite von 146.5, da der Grenzwert des ersten Terms null ist.

Mit den bisher angewendeten Anfangswerten ist dieser Grenzwert ungefähr 260. Eine Simulation zeigt, daß

dieser Wert nach 56 Perioden erreicht wird.

Die Variation des Time-Lags in der dargestellten Form führt zu keiner Verbesserung hinsichtlich einer Annäherung an die Realität. Es wird lediglich gezeigt, daß eine endogene Untergrenze eine Stabilisierung auf einem bestimmten Niveau herbeiführen kann.

1.2. Die Verlängerung des Lags um eine Periode

Wirklichkeitsfremder als die Annahme, die Unternehmer reagieren auf eine Veränderung des laufenden Einkommens gegenüber dem vergangenen mit einer Investitionsgüternachfrage, ist die Auffassung, das auslösende Moment der induzierten Investitionen liege mehr in der Vergangenheit. Das führt dann zu der Funktion:

$$147.1 \quad IIND_t = \beta \cdot (NY_{t-2} - NY_{t-3})$$

Das übrige Modell entspricht dem auf Seite 141 aufgeführten.

Die Finalgleichung hat die Form:

$$147.2 \quad NY_t - c \cdot NY_{t-1} - \beta \cdot NY_{t-2} + \beta \cdot NY_{t-3} = A_0 \cdot 1,06^t$$

Der Trend des Sozialproduktes, repräsentiert durch die spezielle Lösung der inhomogenen Differenzengleichung 3. Grades, ist $\overline{NY}_t = u \cdot 1,06^t$. Aus 147.2 wird u bestimmt:

$$148.1 \quad u \cdot 1,06^t - c \cdot u \cdot 1,06^{t-1} + b \cdot u \cdot 1,06^{t-2} + b \cdot u \cdot 1,06^{t-3} = A_0 \cdot 1,06^t$$

Nach Division durch $1,06^{t-3}$ und Ausklammerung von u ist:

$$148.2 \quad u = \frac{1,06^3 \cdot A_0}{1,06^3 - c \cdot 1,06^2 - 0,06 \cdot b}$$

Mit den numerischen Werten für c und b hat der Trend das Aussehen:

$$148.3 \quad \overline{NY}_t = 7,0761 \cdot A_0 \cdot 1,06^t$$

Die Lösung für den Verlauf der Abweichung vom Trend ist die Lösung des homogenen Teils der Differenzengleichung. Der übliche Ansatz $\overline{NY}_t = k^t$ führt zu der charakteristischen Gleichung:

$$148.4 \quad k^3 - c \cdot k^2 - b \cdot k + b = 0$$

Zur Lösung dieser kubischen Gleichung wird eine Transformation mit $k = x + \frac{c}{3}$ vorgenommen. Eingesetzt in 148.4:

$$148.5 \quad x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{c}{3} + 3 \cdot x \cdot \frac{c^2}{9} + \frac{c^3}{27} - c \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{c^2}{3} - \frac{c^3}{9} - b \cdot x - \frac{b \cdot c}{3} + b = 0$$

Zusammengefaßt:

$$148.6 \quad x^3 + \left(\frac{-3 \cdot b - c^2}{3} \right) \cdot x + \left(\frac{-2 \cdot c^3 - 9 \cdot b \cdot c + 27 \cdot b}{27} \right) = 0$$

Der Koeffizient von x wird mit p , das konstante Glied mit q bezeichnet. Dann ist:

$$149.1 \quad x^3 + p \cdot x + q = 0 \quad \text{mit } p < 0, \text{ da } b, c > 0$$

Diese Gleichung hat eine reelle und zwei imaginäre Lösungen, wenn $27 \cdot q^2 > -4 \cdot p^3$ und drei reelle Lösungen, wenn $27 \cdot q^2 \leq -4 \cdot p^3$. (1) Um beurteilen zu können, welcher der beiden Fälle vorliegt, müssen Werte für die Parameter eingesetzt werden. Mit $c = 0,75$ und $b = 3$ ist:

$$149.2 \quad k = x + 0,25$$

$$149.3 \quad p = -3,1875$$

$$149.4 \quad q = 2,21875$$

Dann ist $27 \cdot q^2 = 132,917$ und $-4 \cdot p^3 = 129,542$, die Gleichung 149.1 hat somit eine reelle und zwei imaginäre Lösungen. Wegen $q > 0$ ist die reelle Lösung:

$$149.5 \quad x_1 = - \sqrt{\frac{-4 \cdot p}{3}} \cdot \operatorname{ch} \varphi \quad \text{mit } \operatorname{ch} 3 \cdot \varphi = \sqrt{\frac{27 \cdot q^2}{-4 \cdot p^3}}$$

(Mit ch ist die Hyperbelfunktion bezeichnet.)

Mit numerischen Parametern wird 149.5 zu:

$$149.6 \quad x_1 = - \sqrt{4,25} \cdot \operatorname{ch} \varphi \quad \text{mit } \operatorname{ch} 3 \cdot \varphi = \sqrt{1,02605}$$

oder:

$$149.7 \quad x_1 = -2,06131 \cdot \operatorname{ch} \varphi \quad \text{mit } \operatorname{ch} 3 \cdot \varphi = 1,0129$$

(1) Die mathematische Formelsammlung zu Vogel (1958).

Somit ist $\varphi = 0,0536$ und $\text{ch } \varphi = 1,0015$, x_1 ist schließlich $-2,06436$.

Mit diesem Ergebnis kann 149.1 auf eine quadratische Gleichung reduziert werden, indem die Division

$$150.1 \quad (x^3 - 3,1875 \cdot x + 2,21875) : (x + 2,06436)$$

ausgeführt wird. (1) Das Resultat ist:

$$150.2 \quad x^2 - 2,06436 \cdot x + 1,07408 = 0$$

Zur Ermittlung der restlichen imaginären Nullstellen wird zunächst die Rücktransformation vorgenommen, um spätere Komplikationen auszuschalten. Mit $x = k - 0,25$ wird aus $x_1 : k_1 = -1,81436$ und aus 150.2:

$$150.3 \quad k^2 - 2,56436 \cdot k + 1,65267 = 0$$

Die Wurzeln dieser quadratischen Gleichung sind:

$$150.4 \quad k_{2/3} = 1,28218 \pm i \cdot 0,09322$$

150.4 impliziert die Teillösung der allgemeinen Lösung der homogenen Differenzengleichung $\underline{\underline{NY_t}} = R^t \cdot \sin(\varphi \cdot t + \alpha)$. Aus 150.4 wird R und φ bestimmt: $R = 1,28556$ und $\varphi = 0,0725$

Die Entwicklung des Sozialproduktes folgt somit der Funktion:

$$150.5 \quad NY_t = c_1 \cdot (-1,81436)^t + c_2 \cdot 1,28556^t \cdot \sin(0,0725 \cdot t + \alpha) + A_0 \cdot 7,0761 \cdot 1,06^t$$

(1) Die Methode beruht darauf, daß das Polynom n . Grades $a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0$ auch mit seinen Nullstellen ausgedrückt werden kann.
 $a_n \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \dots (x - x_n)$.

Es existieren drei Unbekannte, die mit Hilfe von drei Startbedingungen numerisch bestimmt werden. Die Kombination der Anfangswerte sei:

T	NY	C	IAUT	IIND
0	1000,00	750,00	250,0	0
1	1015,00	750,00	265,0	0
2	1042,15	761,25	280,9	0

Damit werden aus 150.5 drei Gleichungen abgeleitet:

$$151.1 \quad 1000,00 = c_1 + c_2 \cdot \sin \alpha + 1769,01779$$

$$151.2 \quad 1015,00 = -1,81436 \cdot c_1 + 1,28556 \cdot c_2 \cdot \sin (0,0725 + \alpha) + 1875,15885$$

$$151.3 \quad 1042,15 = 3,2919 \cdot c_1 + 1,65266 \cdot c_2 \cdot \sin (0,145 + \alpha) + 1987,66838$$

Durch Umschreibung der Winkelfunktionen ändert sich das System zu:

$$151.4 \quad -769,01779 = c_1 + c_2 \cdot \sin \alpha$$

$$151.5 \quad -860,15886 = -1,81436 \cdot c_1 + 1,28556 \cdot c_2 \cdot (\sin 0,0725 \cdot \cos \alpha + \cos 0,0725 \cdot \sin \alpha)$$

$$151.6 \quad -945,51838 = 3,2919 \cdot c_1 + 1,65266 \cdot c_2 \cdot (\sin 0,145 \cdot \cos \alpha + \cos 0,145 \cdot \sin \alpha)$$

Dieses System hat eine eindeutige Lösung, wenn die Gleichungen linear unabhängig voneinander sind.

Am einfachsten findet man hier eine Lösung durch schrittweise Eliminierung zweier Unbekannter. Zunächst wird c_1 ausgeschaltet durch die Zusammenfassung der Gleichungen 151.4 und 5 und 151.4 und 6. Das Ergebnis ist:

$$152.1 \quad -2255,43396 = 3,09657 \cdot c_2 \cdot \sin \alpha + 0,0932 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha$$

$$152.2 \quad 1586,01128 = -1,6566 \cdot c_2 \cdot \sin \alpha + 0,23874 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann nicht ohne weiteres eine Unbekannte eliminiert werden. Deshalb wird zunächst nach $c_2 \sin \alpha$ aufgelöst. Es entsteht die Gleichung:

$$152.3 \quad c_2 \cdot \sin \alpha = -767,94144$$

Damit ist aus 151.4 c_1 errechenbar. c_1 hat den Wert:

$$152.4 \quad c_1 = -1,07635$$

Des weiteren wird 152.3 in 152.1 eingesetzt:

$$152.5 \quad c_2 \cdot \cos \alpha = 1314,91915$$

Um zu einem Wert für α zu kommen, werden jetzt 152.3 und 152.5 durcheinander dividiert. So entfällt c_2 , es resultiert eine Tangensfunktion:

$$153.1 \quad \operatorname{tg} \alpha = -0,58402 \quad \text{oder}$$

$$153.2 \quad \operatorname{tg} (180^\circ - \alpha) = 0,58402 \quad \text{also}$$

$$153.3 \quad \operatorname{arc}(180^\circ - \alpha) = 0,52852 \quad \text{schließlich}$$

$$153.4 \quad \operatorname{arc} \alpha = 2,61307 + n \cdot \pi \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Um c_2 ermitteln zu können, muß der $\sin \alpha$ bekannt sein. Aus 153.4 ist zu ersehen, daß:

$$153.5 \quad \sin \alpha = 0,50432 \quad (-1)^n$$

Somit ist c_2 (aus 152.3):

$$153.6 \quad c_2 = - \frac{1522,72652}{(-1)^n}$$

Mit den Werten 153.4 und 153.6 wird aus dem zweiten Summanden der rechte Seite von 150.5:

$$153.7 \quad - \frac{1522,72652}{(-1)^n} \cdot 1,28556^t \cdot \sin (0,0725 \cdot t + 2,61307 + n \cdot \pi)$$

Das wird umgeformt:

$$153.8 \quad - \frac{1522,72652}{(-1)^n} \cdot 1,28556^t \cdot ((-1)^n \cdot \sin (0,0725 \cdot t + 2,61307) + \cos (0,0725 \cdot t + 2,61307) \cdot \sin (n \cdot \pi))$$

Da $\sin (n \cdot \pi) = 0$ für alle n , entfällt der zweite Summand in der Klammer, $(-1)^n$ wird gekürzt, es verbleibt:

$$154.1 \quad - 1522,72652 \cdot 1,28556^t \cdot \sin (0,0725 \cdot t + 2,61307)$$

Das vollständige Ergebnis, die Weiterentwicklung von 150.5 ist dann:

$$154.2 \quad NY_t = -1,07635 \cdot (-1,81436)^t - 1522,72652 \cdot 1,28556^t \cdot \sin (0,0725 \cdot t + 2,61307) + 1769,01779 \cdot 1,06^t$$

Den größten Einfluß hat in 154.2 die Wachstumsrate des ersten Terms der rechten Seite, wenn auch der Koeffizient wesentlich kleiner ist als die des zweiten und dritten Terms. Es gibt aber einen Zeitpunkt, ab dem die Potenz so groß geworden ist, daß der erste Term ab diesem Zeitpunkt die Bewegung des Einkommens allein bestimmt. Bei einer Grenzwertbetrachtung für t gegen unendlich ist somit der erste Term ausschlaggebend.

Daraus kann abgeleitet werden, daß ab einem bestimmten Zeitpunkt das Sozialprodukt eine oszillierende explosive Bewegung vollführt. Ohne Schranken kommt das Modell demnach nicht aus.

Wie in den vorausgegangenen Modellen wird die Testreihe der Simulationsmodelle mit einer Obergrenze begonnen, die eine Schwankung von 6 v.H. bezüglich des Trends zuläßt. Die Untergrenze soll durch die Abschreibungen determiniert werden, da diese Untergrenze realistischer ist als eine exogene.

Das untersuchte Modell ist:

$$155.1 \quad C_t = 0,75 \cdot NY_{t-1}$$

$$155.2 \quad IIND_t = 3 \cdot (NY_{t-2} - NY_{t-3})$$

$$155.3 \quad IAUT_t = 250 \cdot 1,06^t$$

$$155.4 \quad NY_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

$$155.5 \quad BY_t = NY_t + D_t$$

$$155.6 \quad D_t = -D_0 + 0,17 \cdot BY_t$$

$$155.7 \quad D_0 = 0,09 \cdot BY_0$$

$$155.8 \quad O_t = 1060 \cdot 1,06^t$$

Beim Erreichen der Obergrenze ist:

$$155.9 \quad NY_t = O_t \quad \text{und} \quad IIND_t = NY_t - C_t - IAUT_t$$

Erreicht das Sozialprodukt die Untergrenze, so gilt:

$$155.10 \quad NY_t = C_t - D_t \quad \text{und} \quad IIND_t = -IAUT_t - D_t$$

Während die Obergrenze unproblematisch ist, entstehen bei dieser Untergrenze Schwierigkeiten, die bisher noch nicht erwähnt wurden. Aus 155.6 ist zu erkennen, daß die Untergrenze von dem Bruttoprodukt der gleichen Periode abhängt. Die Bildung der Grenze und des begrenzten Faktors erfolgen also simultan. Wenn aus dem Nettoteil des Modells das Bruttosozialprodukt und die Abschreibungen abgeleitet werden und dann ein Zusammenstoß mit

der Untergrenze festgestellt wird, (d.h. die Summe der induzierten und autonomen Investitionen sind kleiner als die negativen Abschreibungen) so wird das Nettosozialprodukt neu fixiert als Differenz zwischen Konsum und Abschreibungen. Dieses Sozialprodukt ist höher als das vorläufige. Die Folge ist, daß anschließend das Bruttosozialprodukt und auch die Abschreibungen höher werden. Die Untergrenze verschiebt sich daher nach unten. Es ist somit ein Prozeß festzustellen, der auf einen möglichen Grenzwert hin zu analysieren ist.

Im Zeitpunkt t erfolge der Zusammenstoß mit der Untergrenze. Die Differenz zwischen Investitionen und Abschreibungen soll mit a bezeichnet werden. Es gilt:

$$156.1 \quad IIND_t + IAUT_t + D_t = -a \quad (a \text{ positiv})$$

Es erfolgt nun die Korrektur, indem $IIND$, das ja negativ sein muß, um a größer (kleiner negativ ist exakter) wird. Folglich steigt NY um den gleichen Betrag und D um $\frac{0,17}{0,83} \cdot a$. Das erfordert eine neue Korrektur in entgegengesetzter Richtung um den Betrag, um den sich die Abschreibungen erhöht haben. Die $IIND$ und damit auch NY sinken um diesen Betrag. Dann sinken aber auch die Abschreibungen, diesmal um $(\frac{0,17}{0,83})^2 \cdot a$. Ein erneuter Anstieg der $IIND$ ist die Folge, der Kreislauf ist somit geschlossen, der Prozeß läuft wie beschrieben weiter.

Einer ersten positiven Korrektur steht eine zweite negative, kleinere gegenüber, auf die eine noch kleinere positive Änderung erfolgt. Es entsteht also die Folge:

$$157.1 \quad a; \frac{0,17}{0,83} \cdot (-a); \left(\frac{0,17}{0,83}\right)^2 \cdot a; -\left(\frac{0,17}{0,83}\right)^3 \cdot a; \dots; \\ (-1)^n \cdot \left(\frac{0,17}{0,83}\right)^n$$

Diese Folge konvergiert gegen null. Es muß daher der Wert zu ermitteln sein, gegen den die Abschreibung geht. An der Untergrenze gilt: $NY = C - D$ oder $NY + D = C$. Dies ist gleichbedeutend mit: $BY = C$. Da der Konsum vom Einkommen der vorhergehenden Periode abhängt, ist er eine vorgegebene Größe. Die gesuchte Abschreibung ist somit:

$$157.2 \quad D_t = 0,17 \cdot C_t - D_0$$

Diese Funktion wird bei der Erstellung des Simulationsablaufes verwendet.

Es resultiert die Sequenztabelle:

Tabelle 10

T	IAUT	IIND	C	NY	O	
0	250	0	750	1000	1060	
1	265	0	750	1015	1123	
2	280	0	761	1042	1191	
3	297	45	781	1124	1262	
4	315	81	843	1240	1338	
5	334	153	930	1418	1418	0
6	354	85	1063	1503	1503	0
7	375	90	1127	1593	1593	0
8	398	95	1195	1689	1689	0
9	422	101	1267	1790	1790	0

In der Periode 5 erfolgt der Zusammenstoß mit der Obergrenze, an der das Modell verharrt (Sechzig-periodiger Test).

Ob eine Verbesserung in Bezug auf die Verringerung des Verhältnisses O_o/NY_o , also eine Annäherung an die Wirklichkeit erzielt wurde, wenn das System schwanken soll, ist dann zu verzeichnen, wenn eine Schwankung bei dem Verhältnis entsteht, bei dem das zuerst betrachtete System (S. 130, Tabelle 8) gerade an der Obergrenze verblieb. Es war dort $O_o/NY_o = 1890$. Dies führt zu:

Tabelle 11

T	IAUT	IIND	C	NY	O	U	WY	
0	250	0	750	100	1890	-86		
1	265	0	750	1015	2003	-90	1,5	
2	280	0	761	1042	2123	-95	2,6	
3	297	45	781	1124	2251	-112	7,8	
4	315	81	843	1240	2386	-136	10,3	
5	334	246	930	1511	2529	-191	21,8	
6	354	347	1133	1836	2681	-258	21,5	
7	375	813	1377	2566	2842	-407	39,7	
8	398	689	1924	3012	3012	-499	17,3	0 (1)
9	422	511	2259	3193	3193	-536	6,0	0
10	447	542	2395	3385	3385	-575	6,0	0
11	474	542	2538	3555	3588	-610	5,0	
12	503	574	2666	3744	3803	-649	5,3	
13	533	511	2808	3853	4031	-671	2,9	
14	565	566	2890	4022	4273	-705	4,3	Max
15	599	326	3016	3942	4530	-689	-1,9	Min
16	635	506	2956	4097	4802	-721	3,9	Max
17	673	-240	3073	3506	5090	-600	-14,4	Min
18	713	466	2629	3809	5359	-622	8,6	Max
19	756	-1144	2857	2469	5719	-387	-35,1	U, Min
20	801	911	1852	3565	6062	-612	44,3	Max
21	849	-1206	2674	2317	6426	-356	-35,0	U, Min
22	900	3287	1737	5926	6811-1096	155,7		Max
23	954	-1612	4444	3787	7200	-657	-36,0	U, Min
24	1012	3801	2840	7653	7653-1449	102,0	0, Max	
25	1072	-1950	5740	4862	8112	-878	-36,4	U, Min
26	1137	3815	3646	8599	8599-1643	76,8	0, Max	
27	1205	-2204	6449	5451	9115	-998	-36,6	U, Min
28	1277	4296	4088	9662	9662-1861	77,2	0, Max	
29	1354	-2488	7247	6112	10242-1134	-36,7	U, Min	
30	1345	4836	4384	10856	10856-2105	77,6	0, Max	
31	1522	-2808	8142	6856	11508-1286	-36,8	U, Min	
32	1613	5443	5142	12198	12198-3380	77,9	0, Max	
33	1710	-3167	9149	7691	12930-1457	-36,9	U, Min	

(1) Zur Bedeutung der Symbole s. S. 124

An dieser Stelle kann der Ablauf unterbrochen werden, da sich prinzipiell nichts mehr ändert.

Es liegt ein Modell mit schwankendem Sozialprodukt vor, das zunächst in Periode 8 an die Obergrenze stößt und dort drei Perioden verharret. In Periode 14 ist das erste Maximum erreicht, ab dann wechseln Minimum und Maximum periodisch. Die absoluten Werte der Wachstumsraten erhöhen sich ständig, so daß in Periode 19 das Minimum an der Untergrenze liegt und ab Periode 23 eine Bewegung zwischen Ober- und Untergrenze festzustellen ist. Ab Periode 25 zeigen sich Regelmäßigkeiten in der Entwicklung der Wachstumsraten. Sie steigen kontinuierlich an (absolut gesehen), ihr Zuwachs geht jedoch zurück. In den Perioden 58/59 liegen die Wachstumsraten 79,9 und -37,6 vor.

Eine erneute Steigerung des Verhältnisses O_o/NY_o bringt keine neuen Erkenntnisse, etwa einen anderen Verlauf. Das Hin- und Herspringen zwischen Ober- und Untergrenze ist demnach für das Modell typisch.

Eine Annäherung an die Realität ist zu erkennen, da sich die kritische Grenze, ab der das Modell Schwankungen zuläßt, niedriger geworden ist. Entsprechend den Überlegungen von Seite 127 ff. ist:

$$159.1 \quad O_t - 0,75 \cdot O_{t-1} - \frac{A_o}{O_o} \cdot O_t = 3(O_{t-2} - O_{t-3}) \quad \text{oder}$$

$$159.2 \quad O_t - \frac{0,75}{1,06} \cdot O_t - \frac{A_o}{O_o} \cdot O_t = \frac{0,18}{1,06^3} \cdot O_t \quad \text{und}$$

$$159.3 \quad O_o = 1769$$

Die Verbesserung beträgt rund 120 Einheiten.

1.3. Der Zusammenhang zwischen Time-Lag und realistischer Schranke

Da eine Verbesserung durch eine Verschiebung der Reaktionszeit festgestellt wurde, ist daran anschließend zu untersuchen, ob und wann bei weiterer Verschiebung eine realistische Obergrenze gefunden werden kann.

Die Verallgemeinerung der Gleichung 159.2 bezüglich des Lags der Funktion $IIND_t = 3 \cdot (NY_{t-n+1} - NY_{t-n})$ führt zu einer Lösung für n bei der Vorgabe eines gewünschten Verhältnisses von O_o/NY_o . Mit den Werten $A_o = 250$ und $O_o = 1060$ (das gewünschte Verhältnis ist 1,06) wird aus 159.2:

$$160.1 \quad 1 - \frac{0,75}{1,06} - \frac{250}{1060} = \frac{0,18}{1,06^n} \quad \text{oder}$$

$$160.2 \quad 1 - \frac{1}{1,06} = \frac{0,18}{1,06^n} \quad \text{oder}$$

$$160.3 \quad \frac{0,06}{1,06} = \frac{0,18}{1,06^n} \quad \text{und}$$

$$160.4 \quad 1,06^n = 3,18$$

Daraus kann n unmittelbar abgeleitet werden:

$$160.5 \quad n = \frac{\ln 3,18}{\ln 1,06}$$

Das Ergebnis für einen ganzzahligen Wert von n ist 20. Die so entstehende Funktion für die induzierten Investitionen ist:

$$160.6 \quad IIND_t = 3 \cdot (NY_{t-19} - NY_{t-20})$$

Ein derartiges Verhalten kann jedoch nicht unterstellt werden. Wenn behauptet wird, der Unternehmer richtet sein Verhalten an der Vergangenheit aus, so ist eine annehmbare zeitliche Verschiebung höchstens auf eine Phase des Konjunkturzyklus auszurichten. Es wird hiermit vorausgesetzt, daß der Glaube an eine ständig gleiche Wiederholung des Konjunkturzyklus besteht, und daß sich die Unternehmer prozyklisch verhalten. Für die BRD ist höchstens ein Lag von 4 bis 5 Perioden vertretbar.

Die Untersuchung zeigt also, daß ein der Wirklichkeit näherkommender Verlauf des Sozialproduktes mit einer Entfernung der Verhaltensannahmen von der Realität einhergeht.

1.4. Der Einfluß mehrerer Einkommensänderungen auf die induzierten Investitionen

Bisher wurde unterstellt, daß einem Koeffizienten in der komplexen Investitionsfunktion von Hicks (1)

$$161.1 \quad IIND_t = \sum_{r=1}^n \beta_r \cdot (NY_{t-r} - NY_{t-r-1})$$

das Hauptgewicht zukommt, alle anderen wurden vernachlässigt. Von dieser Auffassung wird nun abgegangen, es wird angenommen, daß statt einem zwei benachbarte Koeffizienten nicht vernachlässigt werden dürfen. An erster Stelle soll die an sich von Hicks nicht erwähnte Funktion

(1) Hicks (1950), S. 183

$$162.1 \quad IIND_t = \beta_1 \cdot (NY_t - NY_{t-1}) + \beta_2 \cdot (NY_{t-1} - NY_{t-2})$$

$$\text{mit } \beta_1 + \beta_2 = \beta$$

analysiert werden.

Da das Restmodell unverändert bleibt, entsteht die Finalgleichung:

$$162.2 \quad (1-\beta_1) \cdot NY_t - (\beta_2 - \beta_1 + c) \cdot NY_{t-1} + \beta_2 \cdot NY_{t-2} = A_0 \cdot 1,06^t$$

Das Ergebnis des Trends, das über den üblichen Ansatz erhalten wird, ist:

$$162.3 \quad \overline{NY}_t = \frac{1,06^2 \cdot A_0}{1,06^2 \cdot (1-\beta_1) - 1,06 \cdot (\beta_2 - \beta_1 + c) + \beta_2} \cdot 1,06^t$$

Die Abweichungen vom Trend ergeben sich aus der Lösung der homogenen Differenzengleichung:

$$162.4 \quad NY_t - \frac{\beta_2 - \beta_1 + c}{1 - \beta_1} \cdot NY_{t-1} + \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \cdot NY_{t-2} = 0$$

Die charakteristische Gleichung von 162.4 ist:

$$162.5 \quad k^2 - \frac{\beta_2 - \beta_1 + c}{1 - \beta_1} \cdot k + \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} = 0$$

Sie hat zwei Lösungen:

$$162.6 \quad k_{1/2} = \frac{\beta_2 - \beta_1 + c}{2 \cdot (1 - \beta_1)} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta_2 - \beta_1 + c}{2 \cdot (1 - \beta_1)}\right)^2 - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1}}$$

Zunächst ist zu untersuchen, ob aus dem Modell ein schwankendes Einkommen erhalten werden kann. Die Diskriminante muß dafür auf die Möglichkeit eines negativen Wertes geprüft werden. Bei Einsatz numerischer Parameter wird aus der Nebenbedingung von 162.1:

$$163.1 \quad B_2 = 3 - B_1 \quad \text{oder} \quad B_1 = 3 - B_2$$

Bei Auflösung nach B_1 , im Hinblick auf die spätere Aufspaltung, ist die Diskriminante D:

$$163.2 \quad D = \left(\frac{2-2 \cdot B_1+1,75}{2 \cdot (1-B_1)} \right)^2 - \frac{3-B_1}{1-B_1} \quad \text{oder}$$

$$163.3 \quad D = \left(1 + \frac{0,875}{1-B_1} \right)^2 - \frac{2}{1-B_1} - 1 \quad \text{oder}$$

$$163.4 \quad D = \frac{0,765635}{(1-B_1)^2} - \frac{0,25}{1-B_1} \quad \text{und schließlich}$$

$$163.7 \quad D = \frac{1}{(1-B_1)^2} \cdot (0,515625 + B_1 \cdot 0,25)$$

Dieser Ausdruck kann aber niemals negativ werden, das Modell kann keine Schwingung erzeugen.

Die nächste Frage ist, ob asymptotische Annäherung an und explosive Entfernung vom Trend weg auftreten können. Zur Beantwortung werden die Bedingungen von Seite 67 verwendet. Die Bedingungen für eine asymptotische Annäherung im Fall der Nichtschwingung sind:

$$163.5 \quad \left| 1 + \frac{2}{1-B_1} \right| < 1 \quad \text{und}$$

$$163.6 \quad \left| 2 + \frac{1,75}{1-B_1} \right| < 2 + \frac{2}{1-B_1}$$

Daraus geht hervor, daß eine Fallunterscheidung getroffen werden muß, je nachdem β_1 größer oder kleiner als Eins ist. Der Fall $\beta_1=1$ kann ausgeschlossen werden, da dann die Differenzengleichung ihren Grad ändert.

a) $\beta_1 < 1$

Da nur positive Werte vorliegen, kann die Absolutbetrachtung entfallen. Die Ungleichung 163.6 ist stets erfüllt, da 2 größer als 1,75 ist. Wenn 163.5 gelten soll, muß $\frac{2}{1-\beta_1} < 0$ sein. Wegen $1-\beta_1 > 0$ ist aber $\frac{2}{1-\beta_1}$ eine positive Größe, das Produkt kann sich hier nur explosiv vom Trend weg bewegen.

b) $\beta_1 > 1$

Wenn der zweite Summand des Absolutbetrages in 163.5 größer als -2 ist, stimmt die Ungleichung offenbar, denn dann ist die Summe größer als -1, der Absolutbetrag kleiner als 1. Das heißt aber:

$$164.1 \quad \frac{2}{1-\beta_1} > -2 \quad \text{oder aufgelöst:}$$

$$164.2 \quad 2 < -2 \cdot (1-\beta_1) \quad \text{schließlich:}$$

$$164.3 \quad \beta_1 > 2$$

Für alle kleineren Werte liegt eine explosive Bewegung vom Trend weg vor. Neben 163.5 muß aber noch 163.6 erfüllt sein. Die Summe unter dem Absolutbetrag kann umgeformt werden:

$$164.4 \quad 2 + \frac{1,75}{1-\beta_1} = 2 + \frac{2}{1-\beta_1} + \frac{0,25}{\beta_1-1}$$

Es werden nur Werte von β_1 größer als 2 betrachtet, somit gilt über den Rückschluß von 164.3 auf 164.1, daß:

$$165.1 \quad 2 + \frac{2}{1-\beta_1} > 0$$

Da der dritte Term der rechten Seite von 164.4 größer als null ist, da β_1 größer als eins ist, können die Absolutbeträge entfallen, wenn die linke Seite von 165.1 stets zusammengefaßt wird. Der Einsatz der rechten Seite von 164.4 in die Ungleichung 163.6 zeigt dann aber sofort, daß 163.6 nicht gilt.

Unabhängig von der Größe von β_1 und β_2 strebt das Einkommen in dem vorliegenden Modell explosiv vom Trend weg. Um eine Schwankung zu erreichen, müssen wieder Ober- und Untergrenze eingeführt werden. Damit die Obergrenze im Zeitablauf ständig wieder erreicht wird, muß das $\text{Max}(k_1, k_2)$ größer als 1,06 sein. Ob diese Forderung immer erfüllt ist, läßt sich am einfachsten beurteilen, wenn eine Wertetabelle von 162.6 für alternative β_1 aufgestellt wird.

Mit numerischen Parametern ist:

$$165.2 \quad k_1 = 1 + \frac{0,875}{1-\beta_1} + \frac{1}{1-\beta_1} \cdot 0,515625 + 0,25 \cdot \beta_1$$

$$165.3 \quad k_2 = 1 + \frac{0,875}{1-\beta_1} - \frac{1}{1-\beta_1} \cdot 0,515625 + 0,25 \cdot \beta_1$$

165.2 und 3 führen zur Wertetabelle:

Tabelle 11

β_1	k_1	k_2
0	2,593	1,157
0,2	3,033	1,153
0,4	3,764	1,152
0,6	5,224	1,150
0,8	9,600	1,150
1,2	-7,890	1,140
1,4	-3,512	1,138
1,6	-2,048	1,132
1,8	-1,320	1,134
2,0	-0,882	1,132
2,2	-0,589	1,131
2,4	-0,380	1,130
2,6	-0,220	1,128
2,8	-0,098	1,126
3,0	0,001	1,125

In jedem Fall ist also k_2 größer als 1,06. Im Bereich von β_1 zwischen 0 und 0,8 ist der Einfluß von k_2 für die Explosion größer. Im Bereich 1,2 bis 1,8 entsteht eine oszillierende Explosion, da k_1 absolut größer als k_2 ist, danach wird die Explosion von k_2 allein getragen. Zusammenstöße mit der Ober- und Untergrenze werden auf jeden Fall eintreten.

Die Wirklichkeitsnähe der kritischen Obergrenze, die gerade noch Schwankungen verhindert, wird auf die bisher übliche Art und Weise ermittelt. Es ist:

$$166.1 \quad 0_t - 0,75 \cdot 0_{t-1} - \frac{A_0}{0_0} \cdot 0_t = \beta_1 \cdot (0_t - 0_{t-1}) + \beta_2 \cdot (0_{t-1} - 0_{t-2})$$

Daraus wird:

$$167.1 \quad O_0 = \frac{A_0 \cdot 1,06^2}{1,06^2 + 0,75 \cdot 1,06 - \beta_1 \cdot 1,06 \cdot 0,06 - \beta_2 \cdot 0,06}$$

Die Extremwerte $\beta_1 = 0$ und $\beta_2 = 0$ wurden bereits behandelt. für $\beta_2 = 0$ war kein Zusammenstoß mit der Obergrenze festgestellt worden, im Fall $\beta_1 = 0$ war die Obergrenze 1890. Um einen Vergleich zu finden, ob eine Verbesserung erzielt wird oder nicht, werden mittlere Werte angesetzt, $\beta_1 = \beta_2 = 1,5$. Dann ist $O_0 = 1962$. Gemessen an dem Wert 1890 tritt daher eine Verschlechterung ein. Dies war nicht anders zu erwarten, da eine Vergrößerung des Lags eine Verbesserung der Obergrenze, die Schwankungen zuläßt und realistisch ist, nach sich zieht. Wenn also ein Teil der induzierten Investitionen auf frühere Perioden entfällt, muß zwangsläufig eine Verschlechterung eintreten. Je größer β_2 im Verhältnis zu β_1 ist, umso mehr nähert sich O_0 dem Wert, der ohne Aufspaltung für den späteren Lag errechnet wurde. Mit der Aufspaltung wird also kein Fortschritt erreicht. Eine Weiterverfolgung dieses Gedankenganges ist unnötig.

2. Die Umwandlung der Konsumfunktion

2.1 Die Aussetzung des Robertson-Lags

In seinem Grundmodell (1) verwendet Hicks die Konsumfunktion $C_t = c \cdot Y_{t-1} + K$ (K ist eine Konstante). Die konstante Größe wird später vernachlässigt. (2) Haupterklärungsgröße des Konsums ist also das Nettovolkseinkommen, wobei ein Robertson-Lag unterstellt ist. Die Verwendung dieses Lags ist problematisch,

(1) Hicks (1950), S. 170

(2) Hicks (1950), S. 184

da die ~~Lohneinkommen~~ keinesfalls diesen Lag zeigen, sofern in Jahresdaten gerechnet wird.(1) Es ist daher vertretbar, die Funktion $C_t = c \cdot Y_t$ zu untersuchen, denn der Anteil der Konsumgüternachfrage, der von den Lohnempfängern ausgeht, übersteigt den Anteil, der von den Nichtlohnempfängern ausgeht.

Es entsteht das Modell:

$$168.1 \quad C_t = c \cdot NY_t$$

$$168.2 \quad IIND_t = 3 \cdot (NY_{t-1} - NY_{t-2})$$

$$168.3 \quad IAUT_t = A_0 \cdot 1,06^t$$

$$168.4 \quad NY_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

Das System hat die Finalgleichung

$$168.5 \quad NY_t - \frac{\beta}{s} \cdot NY_{t-1} + \frac{\beta}{s} \cdot NY_{t-2} = \frac{A_0}{s} \cdot 1,06^t$$

Die spezielle Lösung der inhomogenen Differenzengleichung 2. Grades

$$168.6 \quad \overline{NY}_t = \frac{A_0 \cdot 1,06^2}{s \cdot 1,06^2 - 0,06 \cdot \beta} \cdot 1,06^t$$

bestimmt den Trendverlauf, die Abweichungen vom Trend gehen aus der charakteristischen Gleichung hervor:

$$168.7 \quad k^2 - \frac{\beta}{s} \cdot k + \frac{\beta}{s} = 0$$

Sie hat die Lösungen:

(1) Oppenländer (1963), S. 95 ff

$$169.1 \quad k_{1/2} = \frac{\beta}{2 \cdot s} \pm \sqrt{\frac{\beta^2}{4 \cdot s^2} - \frac{\beta}{s}}$$

Solange β größer als $4 \cdot s$ ist, ist die Diskriminante positiv. Mit den bisherigen numerischen Werten für β und s wird aus $169.1 \quad k_{1/2} = 6 \pm 4,899$ erhalten. Das Einkommen entwickelt sich daher nach:

$$169.2 \quad NY_t = c_1 \cdot 10,899^t + c_2 \cdot 1,101^t + 4 \cdot A_0 \cdot 1,06^t$$

Es liegt eine stark explosive Entfernung vom Trend weg vor, die Einführung von Ober- und Untergrenze wird wieder notwendig.

Eine endogene Untergrenze führt in diesem Modell zu nicht ökonomischen Ergebnissen. Bei Erreichen der Untergrenze ist $IIND_t + IAUT_t = -D_t$. Das führt in 168.4 zu $NY_t = C_t - D_t$. Unter Verwendung von 168.1 resultiert:

$$169.3 \quad NY_t = - \frac{D_t}{s}$$

ein negatives Einkommen an der Untergrenze. Daher muß auf die exogene Untergrenze zurückgegriffen werden. Mit dem Verhältnis $O_0/NY_0 = 1,06$ entsteht die Sequenztafel:

Tabelle 12

T	IAUT	IIND	C	NY	O
0	250	0	750	1000	1060
1	265	0	795	1060	1123
2	280	16	893	1191	1191
3	297	17	946	1262	1262
4	315	18	1003	1338	1338
5	334	20	1063	1418	1418

Der Zusammenstoß erfolgt sehr schnell, in der Periode 2, wie schon aus 169.2 zu schließen war. Das Modell verharrt an der Obergrenze (Testlauf 60 Perioden). Es muß somit wieder eine Obergrenze bestimmt werden, bei der Schwankungen entstehen können. Dann kann auch entschieden werden, ob die wirklichkeitsnähere Konsumfunktion eine weniger unrealistische Obergrenze nach sich zieht. Im originalen Hicks-Modell entstanden Schwankungen bei dem Verhältnis $O_o/NY_o = 1,9$. Das Ergebnis bei der Einführung dieses Wertes kommt in Tabelle 13 zum Ausdruck:

Tabelle 13

T	IAUT	IIND	C	NY	O
0	250	0	750	1000	1900
1	265	0	795	1060	2014
2	280	180	1382	1843	2134
3	297	267	1697	2262	2262
4	315	284	1799	2398	2398
5	334	301	1906	2542	2542

Nach dem Zusammenstoß mit der Obergrenze ist auch hier keine Entfernung möglich. Somit muß die Obergrenze, ab der Schwankungen entstehen, höher und damit unrealistischer sein als im Vergleichsmodell. Die kritische Obergrenze wird wie bisher ermittelt. Es gilt an der Obergrenze:

$$170.1 \quad O_t = 0,75 \cdot O_t - \frac{A_o}{O_o} \cdot O_t = \frac{0,18}{1,06^2} \cdot O_t$$

Mit $A_o = 250$ wird $O_o = 2784$. Es ist eine Verschlechterung von nahezu fünfzig Prozent festzustellen.

2.2. Die Verlängerung des Lags in der Konsumfunktion

Da einer realistischeren Konsumhypothese eine un-realistischere kritische Obergrenze gegenübersteht, ist zu erwarten, daß auch das umgekehrte gilt. Deshalb wird noch die Bedeutung der Funktion $C_t = c \cdot NY_{t-2}$ getestet. Eine empirische Bedeutung kann dieser Funktion nicht zugesprochen werden.

Wenn $O_0/NY_0 = 1,06$, dann ist das Ergebnis der Simulation die

Tabelle 14

T	IAUT	IIND	C	NY	O
0	250	0	750	1000	1060
1	265	0	750	1015	1123
2	280	45	750	1075	1191
3	297	182	761	1241	1264
4	315	215	806	1338	1338
5	334	152	931	1418	1418
6	354	145	1003	1503	1503

Bei einem Verhältnis $O_0/NY_0 = 1,9$ liegt jedoch eine zyklische Bewegung vor. Um nun die Ergebnisse mit anderen vergleichen zu können, ist nur die Darstellung des Sozialproduktes und seiner Wachstumsraten notwendig. Die Vergleichstabelle ist Tabelle 7 (Seite 122-124).

Tabelle 15 (1)

T	MY	WY	T	MY	WY
0	1000		30	6540	-24,7
1	1015	1,5	31	1593	-75,6
2	1075	5,9	32	645	-59,5
3	1241	15,4	33	684	6,0
4	1619	30,4	34	2412	252,6
5	2400	48,2	35	7621	215,9
6	2695	12,2	36	15479	103,1
7	2856	5,9	37	16408	6,0
8	2904	1,6	38	16684	1,6
9	2709	-6,7	39	15560	-6,7
10	2039	-24,7	40	11713	-24,7
11	496	-75,6	41	2853	-75,6
12	201	-59,4	42	1155	-59,5
13	213	5,9	43	1225	6,0
14	752	253,0	44	4321	252,7
15	2376	215,9	45	13648	215,8
16	4826	103,1	46	27721	103,1
17	5116	6,0	47	29385	6,0
18	5202	1,6	48	29879	1,6
19	4851	-6,7	49	27867	-6,7
20	3652	-24,7	50	20976	-24,7
21	889	-75,6	51	5110	-75,6
22	360	-59,5	52	2069	-59,5
23	381	5,8	53	2193	5,9
24	1347	253,5	54	7738	252,8
25	4255	215,8	55	24442	215,8
26	8643	113,1	56	49645	103,1
27	9162	6,0	57	52624	6,0
28	9316	1,6	58	53510	1,6
29	8689	-6,7	59	49905	-6,7

Der Zyklus dauert 10 Perioden. Davon sind sechs Aufschwung-, vier Abschwungperioden. Die Untergrenze entspricht der in Grundmodell, daher ist die erste Periode der Verweilzeit an der Untergrenze auch das Minimum. An der Obergrenze ist eine Änderung eingetreten, das Maximum ist in der ersten Periode nach der Abkehr von der Obergrenze erreicht.

(1) Zur Kennzeichnung der Perioden s. S. 124

Der Einfluß der Veränderung der Konsumfunktion bei einer Verlängerung des Lags ist eine Verkürzung des Zyklus um drei Perioden. Die Verkürzung tritt auf, weil im Gegensatz zum Vergleichsmodell das Maximum zwei Perioden nach dem ersten Zusammenstoß mit der Obergrenze vorliegt, gegenüber sechs Perioden im Vergleichsmodell.

Außerdem erfolgt kein so rapider Abschwung. Die Anzahl der Abschwungsperioden ist um eine zurückgegangen, da der Konsum noch von einem höheren Einkommen abhängt, wenn die erste absolute Senkung des Einkommens bereits über die induzierten Investitionen wirkt.

Es bleibt festzuhalten, daß durchaus eine Annäherung an die Realität zu erkennen ist: eine Verkürzung des Zyklus, Angleichung von Auf- und Abschwung, die Senkung der relevanten Obergrenze. Diese Annäherungen werden jedoch mit einer unrealistischen Verhaltensannahme erkauft.

Schließlich soll noch die kritische Obergrenze bestimmt werden, um beurteilen zu können, wie groß der Fortschritt ist. An der Obergrenze gilt:

$$173.1 \quad 0_t - \frac{0.75}{1.06^2} \cdot 0_t - \frac{A_0}{0_0} \cdot 0_t = \frac{0.18}{1.06^2} \cdot 0_t$$

Daraus kann der Wert von 0_0 errechnet werden, er beträgt 1451. Die Änderung des Lags in der Konsumfunktion hat einen sehr viel größeren Einfluß auf die kritische Obergrenze als eine Veränderung der Investitionsfunktion. Das zeigt sich an der Ver-

ringerung von O_0 um 440 Einheiten bei der Veränderung der Konsumfunktion gegenüber einer Verringerung von 121 bei analoger Variation der Investitionsfunktion.

2.3. Der Zusammenhang zwischen Time-Lag und realistischer Schranke

Da eine Verschiebung um eine Periode eine Senkung der kritischen Obergrenze bewirkte, soll nun bestimmt werden, wie hoch die Lag-Verschiebung sein muß, damit eine wirklichkeitsnahe Obergrenze entsteht. Mit der Konsumfunktion $C_t = 0,75 \cdot NY_{t-n}$ wird 173.1 zu:

$$174.1 \quad 1 - \frac{0,75}{1,06^n} - \frac{250}{1060} = \frac{0,18}{1,06^2} \quad \text{oder}$$

$$174.2 \quad \frac{1,06^2 - 1,06 \cdot 0,25 - 0,18}{1,06^2} = \frac{0,75}{1,06^n} \quad \text{und}$$

$$174.3 \quad 1,06^{n-2} = \frac{0,75}{0,6788}$$

Mit Hilfe der logarithmischen Umwandlung wird daraus:

$$174.4 \quad n-2 = \frac{0,1}{0,0583} = 1,71$$

Das am nächsten liegende gradzahlige n ist somit vier. Die notwendige Periodenzahl aus der Verschiebung der Investitionsfunktion war 20, die hier errechneten 4 sind demgegenüber nicht ganz so wirklichkeitsfern.

Läge ein Konsumgüternachfrageverhalten vor, das die Konsumfunktion $C_t = 0,75 \cdot NY_{t-4}$ rechtfertigte, so würde das Modell innerhalb realistischer Grenzen schwanken. Diese Annahme steht im Widerspruch dazu, daß der größte Teil der Lohnempfänger seine Konsumausgaben am laufenden Einkommen ausrichtet, wie es in der gängigen Theorie angenommen wird. (1)

Hicks (2) hat seine Konsumfunktion erweitert, in dem er annahm, daß auch die Einkommen vorausgegangener Perioden einen Einfluß auf die Bildung der Konsumgüternachfrage haben. Im allgemeinen Fall setzt er:

$$175.1 \quad C_t = \sum_{r=1}^n c_r \cdot NY_{t-r}$$

Diese Funktion hat Oppenländer erweitert, indem er die Nachfragebestimmung des laufenden Einkommens einbezog (3), so daß von 0 bis n summiert werden muß. Oppenländer weist nach, daß diese Funktion mit den Funktionen übereinstimmt, die aus der Verwendung des Habit-Persistence-Effektes entstehen. In ihnen kommen sehr große Lags vor.

Daraus kann aber nicht gefolgert werden, daß eine Lagverschiebung gerechtfertigt ist, wie sie oben gefordert wird. Betrachtet man nämlich die Gewichte der einzelnen Konsumquoten, so zeigt sich, daß in der statistischen Konsumfunktion dem c_0 das größte Gewicht zukommt. Es hat den Wert 0,412 (4),

(1) Oppenländer (1963), S. 114

(2) Hicks (1950), S. 172

(3) Oppenländer (1963), S. 115

(4) Oppenländer (1963), S. 111

bei einer langfristigen marginalen Konsumquote von 0,712. Rund 57 v.H. des Konsums ($\frac{0,412}{0,712} \cdot 100$) werden durch das laufende Einkommen bestimmt. Der nächste Koeffizient c_1 hat den Wert 0,179, das sind ungefähr 25 v.H. der langfristig marginalen Konsumquote. Zusammengekommen haben die beiden Koeffizienten der laufenden und vorhergehenden Periode einen Anteil von 82 v.H. bei der Erklärung der Nachfrage. Es ist also nicht möglich, den Einfluß des Einkommens der Periode $t-4$, der höchstens 5 bis 8 v.H. umfaßt, zur alleinigen Erklärung des Konsums zu verwenden.

3. Die simultane Veränderung der Konsum- und Investitionsfunktion

Es liegt nun nahe, aus den beiden wirklichkeitsfernen Ergebnissen über die notwendige Länge der Lags zur Erlangung einer relevanten Obergrenze eine Kombination zu bilden, die sich eventuell kausal begründen läßt. Eine Abhängigkeit des Konsums von mehreren zeitlich verschiedenen Einkommen und eine Abhängigkeit der induzierten Investitionen von mehreren zeitlich verschiedenen Einkommensänderungen wird nicht untersucht, da dadurch keine Verbesserung erreicht werden kann (s. Abschnitt D I.1.4), unnötige Komplikationen sollen aber vermieden werden.

Bei der Behandlung der Datierung von NY in der Funktion der induzierten Investitionen wurde bereits erwähnt, daß möglicherweise ein Lag von einer Phasenlänge in den Nachfragefunktionen vertreten werden kann. Es wird bei der Verwendung eines Lags

dieser Phasenlänge in beiden Sektoren unterstellt, daß Investoren und Konsumenten ihre Nachfrage an dem vergangenen Zyklus ausrichten, da sie der Auffassung sind, daß sich dieser Zyklus in gleicher Weise wiederholt. Ein antizyklisches Verhalten der Nachfrager wird also nicht unterstellt.

Da dieser neue Zyklus aber auf einem höheren Niveau liegt, ist eine Übereinstimmung der Verhaltensparameter nicht mehr gegeben. Die Konsumquote und der Akzelerator müssen größer sein als bisher. Das Ausmaß dieser Erhöhung hat aber keine Auswirkung auf den Modellverlauf. Deshalb wird willkürlich angesetzt: $\beta=3,18$ und $c=0,8$. Die Verhaltensgleichungen, mit der Hypothese einer 4- bis 5-periodigen Phasenlänge, sind:

$$177.1 \quad IIND_t = 3,18 \cdot (NY_{t-4} - NY_{t-5})$$

$$177.2 \quad C_t = 0,8 \cdot NY_{t-4} \quad \text{resp. } C_t = 0,8 \cdot NY_{t-5}$$

Die kritische Obergrenze, die mit diesen Annahmen entsteht, ist:

$$177.3 \quad O_t - 0,8 \cdot O_{t-4} - \frac{A_0}{O_0} \cdot O_t = 3,18 \cdot \frac{0,06}{1,06^5} \cdot O_t \quad \text{bzw.}$$

$$177.4 \quad O_t - 0,8 \cdot O_{t-5} - \frac{A_0}{O_0} \cdot O_t = 3,18 \cdot \frac{0,06}{1,06^5} \cdot O_t$$

$$\text{Mit } A_0=250 \text{ und } O_{t-4} = \frac{O_t}{1,06^4}, \quad O_t = \frac{O_t}{1,06^5} \text{ werden die}$$

beiden O_0 -Werte errechnet: $O_0(4) = 1117$ und $O_0(5) = 962$. Die niedrigste kritische Obergrenze wird präferiert. Das Modell (nur Nettogrößen) mit exogener Ober- und Untergrenze ist:

$$178.1 \quad C_t = 0,8 \cdot NY_{t-5}$$

$$178.2 \quad IIND_t = 3,18 \cdot (NY_{t-4} - NY_{t-5})$$

$$178.3 \quad IAUT_t = 250 \cdot 1,06^t$$

$$179.4 \quad NY_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

$$179.5 \quad O_t = 1060 \cdot 1,06^t$$

$$179.6 \quad U_t = 940 \cdot 1,06^t$$

Es gelten die Beschränkungen

a) wenn NY aus 179.4 größer ist als 0 aus 179.5, dann ist:

$$179.7 \quad NY_t = O_t \quad \text{und} \quad IIND_t = NY_t - C_t - IAUT_t$$

b) wenn NY aus 179.4 kleiner ist als U aus 179.6, so ist:

$$179.8 \quad NY_t = U_t \quad \text{und} \quad IIND_t = NY_t - C_t - IAUT_t$$

Die Finalgleichung

$$179.9 \quad NY_t - 3,18 \cdot NY_{t-4} + 2,38 \cdot NY_{t-5} = 250 \cdot 1,06^t$$

zeigt, daß die zur Ermittlung der Abweichungen vom Trend notwendige charakteristische Gleichung ein Polynom 5. Grades ist. Die Nullstellen dieses Polynoms sind nur durch Näherungsverfahren zu bestimmen. Daher wird auf eine formale Lösung verzichtet.

Zur Entwicklung des Simulationsmodells müssen, wie es aus 179.9 hervorgeht, fünf Perioden mit Anfangswerten vorgegeben werden. Es wird zunächst ange-

nommen, daß aus einem statischen Zustand ab einer bestimmten Periode die autonomen Investitionen zu wachsen anfangen. Die Tabelle der Vorgabewerte ist:

Tabelle 16

VT	NY	C	IAUT	IIND	O	U
-5	1000	800	200	0	1060	940
-4	1012	800	212	0	1123	996
-3	1024	800	224	0	1191	1056
-2	1038	800	238	0	1262	1119
-1	1052	800	252	0	1338	1186

Daraus resultiert der Verlauf des Simulationsmodelles:

Tabelle 17

T	NY	U	O	
0	1257	1257	1418	U
1	1333	1333	1503	U
2	1413	1413	1593	U
3	1498	1498	1689	U
4	1790	1588	1790	O
5	1683	1683	1898	U
6	1784	1784	2012	U
7	1891	1891	2132	U
8	2260	2004	2260	O
9	2125	2125	2396	U
10	2252	2252	2540	U
11	2387	2387	2692	U
12	2854	2531	2854	O

Der Verlauf geht weiter mit einem dreiperiodigen Verbleib an der Untergrenze, einem Sprung an die Obergrenze und wieder zurück an die Untergrenze. Der Sprung an die Obergrenze erklärt sich aus den Anfangsbedingungen, da das Sozialprodukt von Periode -1 zur Periode 0 einen Sprung macht. Dieser Sprung ist für den vierperiodigen Zyklus verantwortlich.

Es ist nun zu untersuchen, welche Änderungen im Ablauf auftreten, wenn die Statik der Vorgabewerte aufgegeben wird. Es soll zunächst eine dynamische Entwicklung der Anfangswerte vorliegen. Dann ist: $NY_{-5} = 1000$, $NY_{-4} = 1060$, $NY_{-3} = 1123$, $NY_{-2} = 1191$ und $NY_{-1} = 1262$, wobei ein $IAUT_{-1} = 327$ entsteht. Der Anstoß, um eine Entwicklung von dynamischen Gleichgewicht weg einzuleiten, erfolgt über eine einmalige Erhöhung einer exogenen Größe; da hier die autonome Investition der einzige exogene Faktor ist, wird $IAUT_{-1} = 350$ willkürlich gesetzt. Der Verlauf ist hiermit:

Tabelle 18

T	NY	U	O	
0	1361	1418	1257	
1	1443	1503	1333	
2	1530	1593	1413	
3	1621	1689	1498	
4	1790	1790	1588	0
5	1845	1898	1683	
6	1956	2012	1784	
7	2073	2132	1891	
8	2260	2260	2004	0
9	2234	2396	2125	
10	2493	2540	2252	
11	2642	2692	2387	
12	2854	2854	2387	0
13	2683	3025	2683	U
14	3207	3207	2844	
15	3359	3399	3014	
16	3603	3603	3195	0
17	3387	3819	3387	U
18	4048	4048	3590	0
19	4172	4291	3805	
20	4549	4549	4034	0
21	4276	4822	4276	U
22	5111	5111	4533	0
23	5048	5418	4804	
24	5743	5743	5093	0
25	5398	6088	5398	U
26	6453	6453	5722	0
27	6066	6840	6066	U

Im weiteren Ablauf springt das Einkommen zwischen Ober- und Untergrenze ständig hin und her. Somit spielt sich ein zweiperiodiger Zyklus ein.

Neben statischen und dynamischen Anfangswerten können auch noch schwankende Werte vorgegeben werden. Bei der Unterstellung einer sinusförmigen Entwicklung ist die Tabelle der Anfangswerte:

Tabelle 19

T	NY	M	O	U
-5	1000	1000	1060	940
-4	1120	1060	1123	996
-3	1163	1123	1191	1056
-2	1149	1191	1262	1119
-1	1190	1262	1338	1186
0	1338	1338	1418	1257
1	1499	1418	1503	1333
2	1556	1503	1593	1413
3	1537	1593	1689	1498
4	1593	1689	1790	1588

M = Mittellage der Entwicklung.

Für den Verlauf des Modells ist es von Bedeutung, in welcher Situation des fünfperiodigen Zyklus die erste Startperiode angenommen wird. Es entstehen alternative Verläufe, bedingt durch die unterschiedliche Gewichtung der Komponenten des Sozialproduktes in der Startperiode der Simulation. Die Periode 0 der Vorgabetabelle kann frühestens als Periode 0 des Modellablaufs angesehen werden. Dann ist:

$$181.1 \quad NY_0 = 1338 ; C_0 = 800 ; IIND_0 = 383$$

$IAUT_0$ ist der Restwert aus der Differenz zwischen Produkt und Komponenten: $IAUT_0 = 155$.

Wird Periode 1 der Anfangswerttabelle als Startperiode der Simulation genommen, so ist die Wertekombination:

$$182.1 \quad NY_0 = 1499 ; C_0 = 896 ; IIND_0 = 135 ; \text{ und} \\ IAUT_0 = 467$$

Weiter fortschreitend im Zeitablauf entstehen für Periode 2 als Startperiode:

$$182.2 \quad YN_0 = 1556 ; C_0 = 930 ; IIND_0 = -42 ; \text{ und} \\ IAUT_0 = 668$$

Periode 3 als Startperiode:

$$182.3 \quad YN_0 = 1537 ; C_0 = 919 ; IIND_0 = 472 ; \text{ und} \\ IAUT_0 = 168$$

Ein zusätzlicher autonomer Anstoß wie im Fall dynamischer Anfangswerte ist nicht notwendig, da infolge der Zyklenvorgabe weitere zyklische Bewegungen entstehen können. Da die Möglichkeit der Schwankung vom Anfangswert der autonomen Investitionen abhängt, diese aber als Restgrößen jeweils andere Werte in den verschiedenen Fällen haben, werden auch unterschiedliche Verläufe entstehen.

In der folgenden Tabelle sind alle Fälle zusammengefaßt. Der Index der Einkommen kennzeichnet die Periode der Anfangswerttabelle, die als Startperiode des Modells anzusehen ist.

Tabelle 20

T	NY ₀	NY ₁	NY ₂	NY ₃	NY ₄	0	U
1	1333 U					1503	1333
2	1413 U	1413 U				1593	1413
3	1498 U	1575	1689 0			1689	1498
4	1588 U	1790 0	1790 0	1790 0		1790	1588
5	1683 U	1898 0	1898 0	1898 0	1761	1898	1683
6	1784 U	1784 U	2012 0	1958	1748 U	2012	1784
7	1891 U	2132 0	2132 0	1891 U	1891 U	2132	1891
8	2004 U	2260 0	2260 0	2260 0	2004 U	2260	2004
9	2125 U	2396 0	2396 0	2396 0	2125 U	2396	2125
10	2252 U	2252 U	2540 0	2436	2252 U	2540	2252
11		2692 0		2387 U		2692	2387
12		3025 0		2854 0		2854	2531
13		3025 0		3025 0		3025	2683
14		2844 U		2964		3207	2844
15		3399 0		3014 U		3399	3014
16		3603 0		3603 0		3603	3195
17		3819 0		3819 0		3819	3387
18		3590 U		3590 U		4048	3590
19		4291 0		3805 U		4291	3805
20		4549 0		4549 0		4549	4034
21				4822 0		4822	4276
22				4533 U		5111	4533
23				5110		5418	4804
24				5743 0		5743	5093
25				6088 0		6088	5398
26				5722 U		6453	5722
27				6840 0		6840	6066
28				7251 0		7251	6430
29				7686 0		7686	6815
30				7224 U		8147	7224

Das Ergebnis ist demnach, daß bei Startperiode 0 und 4 das Modell an die Untergrenze stößt und an ihr verbleibt. Die IAUT₀ waren in beiden Fällen niedrig, sie lagen bei 155 bzw. 168. Der Verlauf mit der

Startperiode 2 erfolgt an der Obergrenze, die $IAUT_0$ hatten mit 667 den höchsten Wert. Die zwei weiteren Verläufe, gekennzeichnet durch mittlere Lagen der $IAUT_0$, 467, 484, zeigen übereinstimmend einen vierperiodigen Zyklus mit einem dreiperiodigen Verbleib an der Obergrenze und einem Zusammenstoß mit der Untergrenze. In keinem Fall ist also ein fünfperiodiger Zyklus entstanden, wie es dem Vorgabezyklus entspräche und der auch zur Begründung der Verhaltensgleichungen herangezogen wurde.

Bei allen früheren Modellen war es allein von dem Verhältnis A_0/U_0 abhängig, ob ein System nach einem Zusammenstoß mit der Obergrenze wieder von ihr abfiel. Analog bestimmte A_0/U_0 , ob das System wieder von der Untergrenze aufstieg. Die Zahlenwerte aus 177.4 geben an, daß hier eine Schwankung vorliegt, wenn A_0/U_0 kleiner als 0,259 und wenn A_0/U_0 größer als 0,259 ist. Die Zusammenfassung aller Ergebnisse, geordnet nach dem Wert dieser Verhältnisse, zeigt Tabelle 21:

Tabelle 21

$IAUT_0$	O_0	U_0	$\frac{IAUT_0}{O_0}$	$\frac{IAUT_0}{U_0}$	Verhalten
168	1790	1588	0,09	0,10	Verbl.an U
155	1418	1257	0,10	0,12	Verbl.an U
252	1338	1186	0,18	0,21	4-periodiger Zykl. 3xan U, 1xan/O
350	1338	1186	0,26	0,29	2-period.Zykl.
484	1698	1498	0,28	0,32	4-period.Zykl. 1xanU,3xanO
467	1503	1333	0,31	0,35	4-period.Zykl. 1xanU,3xanO
668	1593	1413	0,41	0,47	Verbl.an O

Laut den vorliegenden kritischen Werten müßten die Sozialprodukte der ersten drei Abläufe an der Untergrenze, die anderen vier an der Obergrenze verharren. Ein Ablauf, der beide Bedingungen erfüllt, ist nicht vorhanden. Trotzdem sind Schwankungen festzustellen.

Eine Begründung für diese Erscheinung ist in den Vorgabewerten zu finden. So zeigt sich im Fall 5 der Tabelle 21, daß durch die Vorgabewerte ein einmaliges Sinken vorgegeben ist, das in Tabelle 20 bei NY_3 in der Periode 7 auftritt. Dieses vorgegebene einmalige Absinken ist auch in den entsprechenden Folgeperioden zu beobachten. Die autonomen Investitionen und der Konsum sind also nicht groß genug, um die aus dem vorgegebenen Sinken des Sozialproduktes resultierenden negativen induzierten Investitionen aufzufangen. Der Mechanismus in den anderen Abläufen ist im Prinzip gleich. Eine Verbesserung im Hinblick auf einen realitätsnäheren Ablauf ist auch hier nicht erzielt worden.

II. Die Auswirkungen anderer Grenzen

1. Die Aufspaltung in Sektoren

Nach dem erfolglosen Versuch, durch eine Abwandlung der Verhaltensannahmen ein besser verlaufendes Modell zu erzeugen, soll nun eine Variation der Ober- und der Untergrenze erfolgen. Dies kann zunächst durch eine Aufspaltung der immer noch exogenen Grenzen geschehen. Eine differenziertere Aufspaltung als in die zwei Sektoren Konsum- und Investitionsgütersektor würde den Rahmen des Modells sprengen, da z.B. die Einführung des Staates und des Außenhandels die Einführung von Kausalzusammenhängen erforderte, die bisher nicht berücksichtigt wurden.

Um beurteilen zu können, welchen Einfluß eine Aufspaltung hat, wird wieder auf das Ausgangsmodell (S. 117 ff) zurückgegriffen. Die exogenen Grenzen werden aufgespalten in eine Obergrenze, die im Konsumgütersektor gilt (OC), und in eine Obergrenze, die im Investitionsgütersektor bremst (OI). Entsprechend wird die Untergrenze in UI und UC aufgeteilt.

Die Aufteilung kann an Hand der Konsumquote vorgenommen werden, wobei die Funktion $OC_t = 0,75 \cdot O_t$ eine Verzerrung gegenüber der Konsumfunktion bedeutete. Bei einer unveränderten Konsumfunktion $C_t = 0,75 \cdot Y_{t-1}$ und einer gerade an der Obergrenze erfolgender Bewegung ist C_t abhängig von der Obergrenze der Vorperiode. Das soll auch in der Grenze zum Ausdruck kommen. Es ist daher: $OC_t = 0,75 \cdot O_{t-1}$.

Die Begrenzung im Investitionsgütersektor ergibt sich als Restgröße aus der Differenz $O_t - OC_t$. Die Untergrenzen werden entsprechend bestimmt. Diese beiden Gleichungen sind zu 117.1 - 6 hinzuzufügen. Neben diesem System gilt dann:

$$187.1 \quad OC_t = 0,75 \cdot O_{t-1}$$

$$187.2 \quad OI_t = O_t - OC_t$$

Die Begrenzungen wirken, wenn

- a) OC kleiner ist als C ; dann gilt: $OC_t = C_t$
- b) $IAUT + IIND$ größer ist als OI ; dann gilt $IAUT_t + IIND_t = OI_t$
- c) C kleiner ist als UC ; dann gilt $C_t = UC_t$
- d) die Investitionen kleiner sind als UI ; dann gilt: $IIND_t = UI_t - IAUT_t$

Dieses Modell ergibt die Sequenztabelle:

Tabelle 22

T	IAUT	IIND	C	OC	C/OC	OI	NY	O	NY/O	WY
0	250	0	750	795	0,943	265	1000	1060	0,943	
1	265	0	750	795	0,943	337	1015	1123	0,903	1,5
2	280	45	761	842	0,903	348	1087	1191	0,912	7,11
3	297	71	815	893	0,912	369	1184	1262	0,938	8,960I
4	315	75	888	946	0,938	391	1279	1338	0,956	8,040I
5	334	80	959	1003	0,956	414	1374	1418	0,968	7,420I
6	354	85	1031	1063	0,969	439	1470	1503	0,978	6,990I
7	375	90	1103	1127	0,978	466	1569	1593	0,984	6,690I

(OI: Anstoß an die Obergrenze im Investitionsgüterbereich)

Es zeigt sich in diesem Ablauf, daß das Sozialprodukt nicht an die Obergrenze stößt, daß aber eine Annäherung an die Obergrenze erfolgt, wie aus dem Anstieg des Quotienten NY/O abzulesen ist. Nach 60 Perioden erreicht das Einkommen die Obergrenze. Die

Ursache dieses Verhaltens liegt am Investitions-güterbereich, der ab der 3. Periode seine Obergrenze erreicht und an ihr verbleibt. Der Vergleich mit der Tabelle 6, S.121, zeigt die unterschiedliche Wirkung der Grenzen. Dort war das Einkommen in Periode drei an die Obergrenze gestoßen, die induzierten Investitionen waren größer als die realisierbaren Investitionen. Hier werden die induzierten Investitionen in der Periode 3 sehr stark gebremst, das Einkommen kann die Obergrenze nicht erreichen, es wird ein Anpassungsprozeß in Gang gesetzt. Der Konsumsektor entwickelt sich bis Periode 3 wie in Tabelle 6, steigt dann aber langsamer aufgrund der Dämpfung des Einkommens durch den Investitionssektor.

Eine Beurteilung, ob mit der Einführung zweier Sektoren eine Verbesserung hinsichtlich realitätsnäheren Abläufen erzielt wurde, läßt sich daher nur finden, wenn das Verhältnis O_o/NY_o vergrößert wird, so daß eine Schwankung entstehen kann. Im Vergleichsmodell wurde bei einem Verhältnis von 1,9 dies Ziel erreicht. (Tabelle 7, S.122)

In der Sequenztabelle werden die Spalten Einkommen, Wachstumsrate des Einkommens, der Quotient zwischen Konsum und Obergrenze des Konsums als Maßstab für die Auslastung des Konsumgütersektors und die Differenz zwischen den induzierten Investitionen, die sich nach dem Akzelerationsprinzip bilden (IINDakz), und den induzierten Investitionen, die realisiert werden (IINDtat), dargestellt. Die Differenz ist Null, wenn das Modell an keine Grenze stößt, positiv an der Obergrenze und negativ an der Unter-

grenze. Die Gesamtobergrenze wird nicht mehr benötigt, da das Einkommen nicht mehr an sie stößt. Die Ergebnisse der Tabelle 22 setzen sich also fort.

Tabelle 23

T	NY	WY	C/OC	IINDakz-
				IINDtat.
0	1000		0,526	0
1	1015	1,5	0,526	0
2	1087	7,1	0,503	0
3	1329	22,3	0,509	0
4	1698	27,8	0,587	341
5	2017	18,8	0,708	698
6	2301	14,1	0,793	523
7	2561	11,3	0,853	391
8	2806	9,6	0,896	293
9	3043	8,4	0,926	219
10	3278	7,7	0,948	163
11	3513	7,2	0,963	122
12	3753	6,8	0,975	90
13	4000	6,6	0,981	67
14	4256	6,4	0,987	49
15	4523	6,3	0,990	36
16	4804	6,2	0,993	26
17	5099	6,1	0,995	18
18	5410	6,1	0,996	12
19	5739	6,1	0,997	8
20	6086	6,0	0,998	5
21	6453	6,0	0,998	2
22	6842	6,0	0,999	1
23	7253	6,0	0,999	0
24	7684	5,9	0,999	0
25	8130	5,8	0,998	0
26	8672	5,4	0,997	0
27	8961	4,5	0,991	0
28	9164	2,2	0,978	0
29	8836	-3,5	0,943	0
30	7080	-19,8	0,858	0
31	5488	-22,4	0,648	-3925
32	4304	-21,5	0,474	-3351
33	3428	-20,3	0,352	-2039
34	2783	-18,8	0,263	-1027
35	2312	-16,9	0,202	-238
36	2357	1,9	0,158	0
37	4063	72,3	0,152	0
38	8134	100,1	0,247	2319
39	11492	41,3	0,467	9246

Max

Min

Fortsetzung von Tabelle 23

T	NY	WY	C/OC	IINDakz-
				IINDtat.
40	14334	24,7	0,623	6930
41	16809	17,2	0,733	5194
42	19028	13,2	0,811	3891
43	21078	10,7	0,866	2913
44	23024	9,2	0,905	2180
45	24916	8,2	0,933	1630
46	28690	7,0	0,952	1217
47	28690	7,0	0,966	907
48	30626	6,7	0,976	674
49	32626	6,5	0,983	499
50	34705	6,3	0,988	367
51	36878	6,2	0,991	268
52	39159	6,1	0,994	193
53	41558	6,1	0,995	136
54	44091	6,1	0,997	93
55	46766	6,0	0,997	61
56	49593	6,0	0,998	36
57	52585	6,0	0,998	16
58	55752	6,0	0,999	1
59	59096	5,9	0,999	0

Innerhalb der Laufzeit von 60 Perioden ist hier nur ein Zyklus zu erkennen. Aus dem stationären Zustand in Periode 0 steigt das Einkommen bis Periode 28 (Maximum), fällt 7 Perioden lang bis zum Minimum in Periode 35 und steigt ab da bis zur Periode 59 wieder an. Eine Aussage über die Phasenlänge ist nur an Hand der Wachstumsraten zu machen. Der Übergang von Periode 23 auf Periode 24 wiederholt sich in 58/59. Demnach dauert ein Zyklus 35 Zeiteinheiten. Da der Abschwung 7 Perioden anhält, muß sich der Aufschwung über 28 Jahre erstrecken. Das nächste Maximum wird also in Periode 63 eintreten. Das Ergebnis ist ein längerer Zyklus als im Vergleichsmodell, es tritt eine Entfernung von der Wirklichkeit ein.

Trotzdem soll hier versucht werden, die Ursachen für die lange Bewegung anhand der Komponenten zu erklären. Dazu werden die Charakteristika der beiden Sektoren herangezogen.

Bis Periode 3 wirkt der Akzelerator, von da bis Periode 22 bestimmt die Obergrenze die induzierten Investitionen. Ihrem raschen Anstieg, in zwei Perioden von 0 auf 698, folgt ein langsames Sinken, von 698 auf 0 in 17 Perioden. Ab Periode 23 werden die induzierten Investitionen wieder über die Akzeleratorfunktion errechnet, in Periode 31 stößt der Investitionssektor an die Untergrenze, wo er 5 Perioden bleibt. In der ersten Periode des Zusammenstoßes ist die Differenz zwischen den sich ohne Obergrenze ergebenden, nach dem Akzelerationsprinzip gebildeten, und den aus der Obergrenze folgenden Investitionen am größten. Bis Periode 35 nimmt die Differenz ständig ab. In Periode 36 und 37 kann der Akzelerator die Investitionen determinieren, danach ist die Obergrenze erreicht, die bis zur Periode 59 anhält.

Vergleicht man mit diesem Verlauf den Verlauf der Kennzahl des Konsumgütersektors, C/OC , so wird das Ergebnis einer langen Phase plausibel. Die Kennzahl erreicht nie die Obergrenze (1,0) und auch nie die Untergrenze (0,0526). Es ist daher nicht zu erwarten, daß von ihr eine Dämpfung ausgeht, sondern es kommt in ihr die Folge einer Dämpfung zum Ausdruck. Diese Behauptung wird verständlich, wenn die Werte von C/OC im Zeitpunkt des Zusammenstoßes des Investitionssektors betrachtet werden. In Periode 4 ist $\frac{C}{OC}$ 0,587 und in Periode 38 0,247. Ein weiterer Anstieg der

Komponente Konsum ist somit möglich, da die Kapazitäten nicht ausgelastet sind; neu entstehende Nachfrage kann also noch befriedigt werden, während im Investitionssektor exogene Bremsen greifen.

Ein kürzerer Zyklus könnte demnach nur entstehen, wenn in dem Zeitpunkt, in dem die induzierten Investitionen zum ersten Male durch die Obergrenze begrenzt werden, der Auslastungsgrad im Konsumsektor sehr nahe eins ist, so daß keine Ausdehnung des Sozialproduktes auf Kosten des Konsums mehr erfolgen könnte. Dann könnte also der Konsum weder das Absinken der Investitionen kompensieren, noch verzögern.(1)

Da die gewünschte Wirkung mit der Aufspaltung der Grenzen nicht erzielt wurde, muß die Bedingung der Exogenität aufgegeben werden. Dies ist gerechtfertigt, da sie zwar von Hicks angewendet wird, seine drei Grundpfeiler Akzelerator, Multiplikator, und Wachstum nicht berührt.

2. Die Endogenisierung der Obergrenze

Die Obergrenze im Hicks-Modell resultiert aus der Überlegung, daß die Nachfrage dann nicht mehr befriedigt werden kann, wenn dazu Kapazitätserweiterungen notwendig wären, diese aber nicht durchgeführt werden können, da keine Ressourcen mehr

(1) Auch ein Ersatz der exogenen Untergrenze durch die Abschreibungen bewirkt keine Verbesserung. Bis Periode 30 ist alles gleich, das Minimum in Periode 35 ist tiefer (1020), was ein schnelleres und kürzeres Ansteigen zur Folge hat (Periode 37 : 6309). Bereits in Periode 58 ist die Kontrollgröße des Investitionsbereiches null.

zur Verfügung stehen. Die Knappheit der Arbeitskräfte kann im Rahmen dieses Modells nicht zur Beschränkung angewendet werden, die Begrenzung muß allein von der Kapitalseite her erfolgen.

Die Begründung einer Grenze seitens des Kapitals liegt auf der Hand. Es existiert ein bestimmter Kapitalbestand, der nur bis höchstens 100 Prozent ausgelastet werden kann. Die Höhe des Kapitalbestandes gibt über den Kapitalkoeffizienten das Produkt an, das produziert werden kann. Neben der Bestimmung dieses Koeffizienten muß demnach auch eine Hypothese über die Kapitalentwicklung eingeführt werden.

Die Größe des Kapitalkoeffizienten bei optimaler Auslastung liegt nicht vor, es lassen sich empirisch nur die bei schwankenden Auslastungsgraden realisierten Kapitalkoeffizienten ermitteln (S. 104/5). Mit dem bereits bestimmten Koeffizienten ist das maximale Produkt:

$$193.1 \quad Y_{MAX} = \frac{1,06}{B} \cdot K_t$$

wobei die Zahl 1,06 aus der beobachteten Schwankung des Auslastungsgrades stammt. Übersteigt oder erreicht die Nachfrage diesen Wert, so stimmt das tatsächliche Produkt mit Y_{MAX} überein.

Modelltechnisch läßt sich aus dieser Überlegung die Forderung nach der Trennung in Angebots- und Nachfragegrößen ableiten. Außerdem ist es notwendig, für den Konsum- und Investitionsgütersektor ver-

schiedene Obergrenzen aufzustellen; geschieht dies nicht, so ist eine endogene Grenze nicht möglich, wenn die Entwicklung des Kapitals im Zeitablauf auf Hicks'schen Vorstellungen basieren soll.

Wegen des Fehlens des Arbeitsbereiches muß auf das feste Verhältnis zwischen Kapital und Produkt zurückgegriffen werden. Es muß also stets Kapital und Produkt simultan errechnet werden. Erfolgt nun keine Trennung in Sektoren, so liegt die Obergrenze nach 193.1 immer über dem nachgefragten Sozialprodukt, da dieses den Kapitalbestand determiniert.

Erst eine Trennung in Sektoren bewirkt, daß bei einem unterstellten festen Verhältnis der Kapitalien im Konsum- und Investitionssektor wegen des überproportionalen Wachstums der induzierten Investitionen aufgrund des Akzelerationsprinzips die Investitionen an die sektorale Obergrenze stoßen.

Kritisch ist hierzu anzumerken, daß die Begrenzung nur im Investitionssektor stattfindet, eine Erscheinung, die schon im vorigen Abschnitt zu beobachten war. Das ist aber zu vertreten, da die Schwankungen der Investitionen realiter wesentlich ausgeprägter sind als die des Konsums. Sie sind also notwendigerweise eher zu begrenzen als die des Konsums.

Andererseits befriedigt dieses Produktionsfunktionsderivat keinesfalls, da es direkt aus der Nachfrage abgeleitet wird. Vollkommen abwegig ist es je-

doch nicht, wenn Importmöglichkeiten von Investitionsgütern und die Einstellung von Gastarbeitern in Rechnung gestellt wird. Aus diesen Überlegungen entwickelt sich folgendes Modell:

Nachfrageseite

$$195.1 \quad NYN_t = CN_t + IAUT_t - IINDN_t$$

$$195.2 \quad CN_t = c \cdot NY_{t-1}$$

$$195.3 \quad IAUT_t = A_0 \cdot 1,06^t$$

$$195.4 \quad IINDN_t = B \cdot (NY_{t-1} - NY_{t-2})$$

$$195.5 \quad BYN_t = NYN_t + D_t$$

$$195.6 \quad D_t = -D_0 + 0,17 \cdot BY_t \quad \text{mit } D_0 = 0,09 \cdot BY_0$$

Angebotsseite

$$195.7 \quad NYA_t = CA_t + IAUT_t + IINDA_t$$

$$195.8 \quad CA_t = \frac{1,06}{B_c} \cdot KC_t$$

$$195.9 \quad IINDA_t = \frac{1,06}{B_i} \cdot KI_t - IAUT_t - D_t$$

Die Bedeutung der Symbole ist:

NYN	- nachgefragtes Nettoeinkommen
CN	- nachgefragter Konsum
IINDN	- nachgefragte induzierte Investitionen
BYN	- nachgefragtes Bruttoeinkommen
NYA	- angebotenes Nettoproduct
CA	- angebotener Konsum
IINDA	- angebotene induzierte Investitionen

Es wird hier folgendes Nachfrageverhalten der Investoren unterstellt: ein beginnender Rückgang der Investitionen gehe allein zu Lasten der induzierten Nettoinvestitionen; sind diese null, so ist $BI = I_{AUT} + D$, wobei die Übereinstimmung von Abschreibungen und Ersatzinvestitionen vorausgesetzt wird; die Bruttoinvestition umfaßt zu diesem Zeitpunkt also die autonomen und die Ersatzinvestitionen; setzt sich der Rückgang der Investitionsgüternachfrage fort, so werde zunächst die Ersatzinvestition zurückgehen; ist sie null, so gehe die autonome Investition zurück. Es ist aber formal einfacher, die autonomen und die Ersatzinvestitionen stets in voller Höhe auszuweisen, die induzierten Investitionen dafür im Rückgang negativ werden zu lassen. Die induzierten Investitionen können somit höchstens den negativen Wert der Summe von autonomen und Ersatzinvestitionen annehmen.

Das Angebotsmodell setzt sich also fort:

$$196.1 \quad K_t = KC_t + KI_t = \beta \cdot BY_t$$

$$196.2 \quad KC_t = a_1 \cdot K_t$$

$$196.3 \quad KI_t = a_2 \cdot K_t$$

K = Kapitalbestand

KC = Kapitalbestand im Konsumgütersektor

KI = Kapitalbestand im Investitionsgütersektor

Schließlich gilt noch die bereits angesprochene Untergrenze: wenn die nachgefragten induzierten

Investitionen kleiner als die negative Summe der autonomen Investitionen und der Abschreibungen sind, so ist:

$$197.1 \quad IINDU_t = - IAUT_t - D_t$$

Das realisierte Produkt bestimmt sich nach der Formel:

$$197.2 \quad NY_t = \min(CA_t, CN_t) + \\ \min(\min(IINDA_t, IINDN_t), \max(IINDU_t, IINDN_t)) \\ + IAUT_t$$

Die einzigen Unbekannten in diesem Modell sind die Kapitalkoeffizienten des Konsum- und Investitionsgütersektors, β_c und β_i . Sie sind empirisch exakt nicht zu ermitteln, da das vorliegende Zahlenmaterial nicht nach den beiden Sektoren, sondern nach Wirtschaftsbereichen gegliedert ist:

I Landwirtschaft

II 1 Energie

2 Bergbau

3 Grundstoff- und Produktionsgüterindustrie

4 Investitionsgüterindustrie

5 Verbrauchsgüterindustrie

6 Nahrungs- und Genussmittelindustrie

7 Industrielle Kleinbetriebe, produzierendes
Handwerk und sonstiges produzierendes Gewerbe

8 Baugewerbe

III Handel

IV Verkehr und Nachrichtenübermittlung

- V Dienstleistungen
- VI Wohnungsvermietung
- VII Staat

Eindeutig lassen sich nicht alle Wirtschaftsbe-
reiche einem der beiden Sektoren zuordnen. Es
werden daher die Bereiche dem Sektor zugeteilt,
für den sie offenbar das meiste herstellen. So
wird unter den Investitionsgütersektor II 3,4,
7,8 subsumiert, wobei die Bedeutung der ersten
beiden Bereiche am höchsten ist. Die Zuordnung
dieser beiden Bereiche ist eindeutig, während
die anderen beiden auch für den Konsumgütersektor
produzieren. Da jedoch alles andere unter dem Kon-
sumgütersektor zusammengefaßt ist, einige Bereiche
aber auch für den Investitionsgütersektor produ-
zieren, ist ein Ausgleich anzunehmen. Außerdem
kommt es in dieser Arbeit, wie schon oft betont,
nicht auf genaue Zahlen, sondern nur auf deren
Größenordnung an.

Nach der Aufschlüsselung für 1959 ohne Berlin und
Saarland in Preisen von 1954 ist: (1)

(1) Quellen: Kirner (1968), S. 134 und Statistisches
Jahrbuch (1965), S. 556. Die Aufspaltung des BIP
erfolgt nach der Systematik von Kirner (1968),
S. 71 in Verbindung mit der Systematik im Sta-
tistischen Jahrbuch (1965), S. 211. Eine Korrek-
tur der Bereiche II 3,4,5,6,7 um die Kleinbetrie-
be entfällt. Da die Bereiche auf die zwei Sektoren
verteilt sind, ist ein gewisser Ausgleich des Feh-
lers zu erwarten, so daß keine starken Verzer-
rungen eintreten werden.

Tabelle 24

Bereich	BAV	BIP
I	49,67	15,33
II 1	28,48	4,73
2	17,23	7,04
5	18,39	10,34
6	12,08	16,58
III	27,79	29,33
IV	141,05	14,25
V	22,51	21,09
VI	195,96	5,87
VII	73,32	14,70
	586,39	139,26
II 3	43,77	24,16
4	31,22	31,95
7	11,99	12,80
8	7,80	12,90
	94,78	81,81

(BAV, BIP in Mrd. DM)

Daraus folgt: $B_c = 4,2$ und $B_1 = 1,1$. Die Koeffizienten unterscheiden sich sehr stark. Das ist die wichtigste Erkenntnis der Aufschlüsselung.

Gleichzeitig können mit der Aufschlüsselung die Anteile der Sektoren a_1 und a_2 ermittelt werden, die deshalb nicht als eigenständig unbekannt angesehen werden. Es ist: $a_1 = 0,86$ und entsprechend $a_2 = 0,14$. Auch hier ist das Ergebnis entscheidend, daß KC wesentlich größer als KI ist.

Somit sind alle notwendigen Parameter fixiert.(1)
Die Simulation erzeugt dann die Sequenztabelle:

(1) In Übereinstimmung mit Tabelle 24 wird aus technischen Gründen $c = 0,7$ gesetzt.

Tabelle 25

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
1	1,800	16	2,751	31	1,416	46	0,834
2	7,212	17	2,613	32	1,363	47	0,807
3	6,566	18	2,485	33	1,312	48	0,781
4	6,013	19	2,367	34	1,264	49	0,757
5	5,536	20	2,257	35	1,218	50	0,733
6	5,120	21	2,154	36	1,175	51	0,710
7	4,754	22	2,058	37	1,133	52	0,688
8	4,429	23	1,968	38	1,094	53	0,667
9	4,140	24	1,884	39	1,056	54	0,647
10	3,880	25	1,805	40	1,020	55	0,627
11	3,645	26	1,730	41	0,985	56	0,608
12	3,433	27	1,660	42	0,952	57	0,590
13	3,329	28	1,594	43	0,921	58	0,573
14	3,062	29	1,531	44	0,890	59	0,556
15	2,900	30	1,472	45	0,861		

Das Sozialprodukt geht also nicht gegen eine konstante Wachstumsrate, sondern gegen einen konstanten Endwert. Die Gründe für dieses Verhalten liegen in den Verhaltensannahmen über die Entwicklung des Kapitals. Sie bewirkt eine Entwicklung an der Obergrenze im Investitionssektor, die dazu führt, daß für t gegen unendlich gerade noch $(1-c) \cdot NY_t$ investiert wird.

Mit Hilfe der bereits angewendeten Variationen bezüglich des Auslastungsgrades, der Lag-Verschiebung und zusätzlich der Berücksichtigung der zurückgestauten Nachfrage soll nun untersucht werden, ob Verläufe entstehen können, die nicht einem Grenzwert zustreben, sondern schwanken.

Der Auslastungsgrad wird hier auf 50 Prozent und anschließend auf 100 Prozent angehoben, dies sind vollkommen wirklichkeitsfremde Werte. Eine Schwingung entsteht aber nicht, wie die Tabelle 26 anzeigt:

Tabelle 26

T(50)	WY	T(50)	WY	T(100)	WY	T(100)	WY
1	1,80	8	37,78	1	1,80	8	146,21
2	8,40	9	37,28	2	8,40	9	145,97
3	25,67	10	36,93	3	25,67	10	145,87
4	43,04	11	36,67	4	58,57	11	145,83
5	40,90	12	36,49	5	99,06	12	145,81
6	39,48	usw		6	129,00	usw	
7	38,48	59	35,97	7	143,52	59	145,80

Das Sozialprodukt wächst ständig, die Wachstumsraten gehen, soweit ersichtlich, gegen einen Endwert (35,97 und 145,80). Die Investitionen verharren an der Obergrenze, der Konsum bildet sich frei.

Eine Variation des Lags in der Investitionsfunktion ist die nächst zu untersuchende Alternative. Im zuvor behandelten Modell (S. 141) ist im Fall der Verkürzung des Lags ein Endwert von rund 260 festgestellt worden. Ein ähnliches Ergebnis liefert das Modell mit endogenen Grenzen, nur daß der Endwert hier bei 233 liegt.

Die Verlängerung des Lags führt zu den Sequenztabellen:

a) Auslastungsgrad 1,06

T	WY	T	WY	T	WY
1	1,8	9	4,301	37	1,156
2	3,111	10	4,025	38	1,116
3	6,921				
4	6,318	19	2,433	59	0,565
5	5,800	20	2,318	60	0,548
.....					

b) Auslastungsgrad 1,5

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
1	1,800	16	-1,224	31	36,066	46	-13,209
2	3,111	17	36,456	32	8,094	47	35,988
3	9,183	18	-29,660	33	36,038	48	8,036
4	11,339	19	36,476	34	-12,512	49	35,985
5	24,126	20	8,394	35	36,028	50	-13,319
6	21,482	21	36,315	36	8,066	51	35,984
7	41,062	22	-10,228	37	36,012	52	8,033
8	25,224	23	36,253	38	-12,832	53	35,982
9	38,856	24	8,231	39	36,007	54	-13,397
10	24,903	25	36,165	40	8,050	55	35,981
11	37,638	26	-11,332	41	35,998	56	8,032
12	20,879	27	36,133	42	-13,054	57	35,980
13	36,976	28	8,143	43	35,995	58	-13,453
14	12,905	29	36,083	44	8,041	59	35,980
15	36,623	30	-12,042	45	35,987	60	8,031

Die Endwerte der Wachstumsraten sind nach Periode 60 abzusehen. (Außer der negativen Wachstumsrate, die absolut noch steigen wird). In Wachstumsraten ausgedrückt entsteht der Zyklus: Abschwung (rd. - 14 v.H.), Aufschwung (35,98 v.H.), Abschwung (8 v.H.) und Aufschwung (35,98 v.H.).

Es liegen also zweiperiodige Zyklen vor, die benachbarten Phasen unterscheiden sich durch verschieden tiefe Abschwünge.

Der Einfluß der Grenzen ist in vier aufeinander folgenden Perioden stets anders. In der durch die negative Wachstumsrate gekennzeichneten Abschwungsperiode bilden sich die beiden Sektorensozialprodukte gemäß 195.2- 4, also ohne an eine Grenze zu stoßen. In der folgenden Periode stößt die Investition an die Obergrenze, der Konsum bildet sich frei. In der Abschwungsperiode mit der Wachstumsrate von 8 v.H. erreicht die Investition die

Untergrenze und der Konsum die Obergrenze. In der nächsten Aufschwungsperiode bilden sich die Investitionen an der Obergrenze, der Konsum ist nicht beschränkt.

c) Auslastungsgrad 2,0

Hier entsteht ein Zwei-Perioden-Zyklus, in dem alle Phasen nach einer bestimmten Zeit gleiche Wachstumsraten aufweisen. Die Abschwungsperiode ist durch die Wachstumsrate von -41,9, die Aufschwungsperiode durch die Rate von 145,80 gekennzeichnet. Der Konsum bildet sich immer frei, die Investitionen springen von der Untergrenze direkt zur Obergrenze und umgekehrt.

In den Fällen b und c fällt auf, daß die Wachstumsraten der Aufschwungsperioden mit den Endwerten der Wachstumsraten des Modells mit der Investitionsfunktion von Hicks übereinstimmen.

Da durch eine Veränderung der Konsumfunktion keine Veränderungen der Abläufe zu erwarten sind, soll abschließend eine Nachfrageabhängigkeit der induzierten Investitionen angenommen werden. Die entsprechende Investitionsfunktion ist $IINDN_t = \beta \cdot (NYN_{t-1} - NYN_{t-2})$. Die aufgestaute Nachfrage wird in dieser Funktion berücksichtigt.

In den Fällen, in denen das Sozialprodukt bei der Entwicklung der induzierten Investitionen an der Obergrenze gebildet wird, erfolgt keine Veränderung der tatsächlichen Größen, es steigen nur die Nachfragegrößen, wie nicht anders zu erwarten war.

Es zeigt sich jedoch, daß auch im Fall eines schwankenden Verlaufes die tatsächlichen Größen bei Berücksichtigung der zurückgestauten Nachfrage unverändert bleiben. Das wurde für den Fall c auf S.203 mit der entsprechenden Abwandlung getestet.

Eine weitere Variationsmöglichkeit bietet sich unter Beibehaltung der Hicks'schen Annahmen nicht mehr an. Da ein realitätsnäherer Verlauf nicht erzielt werden konnte, soll im weiteren Verlauf der Arbeit die Funktion der induzierten Investitionen, die Hauptklärungsgröße der Schwankung, verändert werden. Zeigt es sich, daß dann bessere Ergebnisse erzielt werden, so ist die mangelnde Eignung der Akzeleratorhypothese anzunehmen. Anderenfalls ist der Schluß zu ziehen, daß mit den vorliegenden einfachen Modellen keine Konjunkturerklärung möglich ist.

E Die Einführung der Kapazitätsanpassungshypothese zur Erklärung der induzierten Investitionen

Der Hauptkritikpunkt am Hicks-Modell ist die Starrheit der Verhaltenshypothese der induzierten Investitionen, des Akzeleratorprinzips. Mit dieser Hypothese wird unterstellt, daß die Unternehmer stets ihre Kapazitäten an die Nachfrage voll anpassen wollen. Sie können das aber nur in den Perioden, in denen sich die Volkswirtschaft nicht an einer Ober- oder Untergrenze befindet. Das Akzeleratorprinzip ist also mit einer Ober- bzw. einer Untergrenze unvereinbar. Es ist also sinnvoll, das Akzeleratorprinzip durch eine Hypothese zu ersetzen, die es gestattet, anzunehmen, daß die Unternehmer ihre Kapazitäten nicht immer voll anpassen wollen, und die außerdem mit einer Ober- und Untergrenze vereinbar ist.

Mit der Einführung einer neuen Investitionshypothese wird der Rahmen der Variationen des Akzelerationsprinzips, die in Kapitel D vorgenommen wurden, durchbrochen.

I. Das Grundmodell mit veränderter Investitionsfunktion

1. Die Bedeutung der Kapazitätsanpassungshypothese

Um die Ergebnisse des Hicks'schen Modelles weiterhin als Vergleichsmaßstab ansetzen zu können, soll die gesuchte Investitionshypothese mit der Akzelelatorhypothese verwandt sein. Dann bietet sich die von Chenery (1) explizierte Kapazitätsanpassungshypothese an. Mit ihr wird angenommen, daß die Nachfrage nach Investitionen infolge des Auseinanderklaffens des erforderlichen und des tatsächlichen Kapitalbestandes entsteht. Der tatsächliche Kapitalbestand wird mit K bezeichnet. Der erforderliche Kapitalbestand, K^+ , ist der Kapitalbestand, der notwendig ist, um die Nachfrage bei vorgegebenen Kapitalkoeffizienten, in dem die optimale Auslastung zum Ausdruck kommt, produzieren zu können. l ist ein Verhaltensparameter, der aussagt, wieviel Prozent der Differenz der beiden Kapitalbestände als induzierte Investitionen nachgefragt werden. Bei Unterstellung einer Reaktionszeit von einer Periode ist:

$$206.1 \quad IIND_t = l \cdot (K_{t-1}^+ - K_{t-1})$$

K^+ wird oftmals als gewünschter Kapitalbestand angesehen. (2) Diese Bezeichnung ist aber mit einem von eins verschiedenen l unvereinbar. Denn wenn ein

(1) Chenery (1952), S. 1 ff

(2) Evans (1969), S. 82

Kapitalbestand gewünscht wird, dann heißt das doch, daß er auch realisiert werden soll. Die Differenz zwischen gewünschtem und tatsächlichem Kapitalbestand muß daher immer im vollen Umfang zu Investitionsgüternachfrage werden. Die geforderte Flexibilität ist dann nicht mehr gewährleistet. Aus diesem Grund wird K^+ hier als erforderlicher Kapitalbestand bezeichnet.

Das starre Verhalten bezüglich der ständigen Vollanpassung wird nicht mehr vorausgesetzt, es besteht also auch nicht mehr ein festes Verhältnis zwischen dem tatsächlichen Kapitalbestand und dem Sozialprodukt. Die Aufhebung dieser Einschränkung gestattet die Einführung einer sinnvollen Kapazitätsbildungshypothese. Unter der Voraussetzung, die Ersatzinvestitionen werden immer im vollen Umfang durchgeführt, ist:

$$207.1 \quad K_t = K_{t-1} + IIND_t + IAUT_t$$

Auch im Abschwung, wenn keine Ersatzinvestitionen mehr vorgenommen werden, führt die Hypothese zu korrekten Ergebnissen, da die Untergrenze (S. 135) zuläßt, daß die Summe der autonomen und induzierten Investitionen höchstens den negativen Wert der Abschreibungen annimmt. Dies in 207.1 eingesetzt, sagt dann aus, daß der Kapitalbestand in Höhe der Abschreibungen abnimmt.

Um den Zusammenhang von Akzelerator- und Kapazitätsanpassungshypothese nachzuweisen (1), wird 1 eins gesetzt und die autonome Investition vernachlässigt. Dann ist:

(1) siehe auch Evans (1969), S. 83-86

$$208.1 \quad IIND_t = K_{t-1}^+ - K_{t-1}$$

Zwischen dem erforderlichen Kapitalbestand und dem Sozialprodukt besteht ein festes Verhältnis (S.207), denn es ist vorstellbar, daß für jeden Kapitalbestand ein Output existiert, der als optimal angesehen wird. Im Rahmen dieser Untersuchung wird die Konstanz des Verhältnisses vorausgesetzt. Somit gilt:

$$208.1 \quad Y_t = \frac{1}{\beta} \cdot K_t^+$$

Damit wird aus 208.1:

$$208.2 \quad IIND_t = \beta \cdot Y_{t-1} - K_{t-1}$$

Dann gilt auch:

$$208.3 \quad IIND_{t-1} = \beta \cdot Y_{t-2} - K_{t-2}$$

Die Differenz zwischen den beiden letzten Gleichungen

$$208.4 \quad IIND_t - IIND_{t-1} = \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (K_{t-1} - K_{t-2})$$

wird mit 207.1 (ohne autonome Investitionen), wonach

$$208.5 \quad K_{t-1} = K_{t-2} + IIND_{t-1}$$

gelten muß, umgeformt zu:

$$208.6 \quad IIND_t - IIND_{t-1} = \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - IIND_{t-1}$$

Das ist genau die von Hicks verwendete Akzeleratorhypothese. Die enge Beziehung ist offengelegt, sie wird jedoch eingeschränkt. Neben der Geltung von l kleiner als eins, was in dieser Form einen flexiblen Akzelerator bedeutet, können auch die autonomen Investitionen nicht vernachlässigt werden. (Der Kapitalbestand wird aus den Investitionen vergangener Perioden ohne Berücksichtigung der einzelnen Kapitalproduktivitäten errechnet.) Mit diesen Überlegungen wird aus 208.4:

$$209.1 \quad IIND_t - IIND_{t-1} = l \cdot \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - l \cdot (IIND_{t-1} + IAUT_{t-1})$$

Daraus wird bei Auflösung nach $IIND_t$:

$$209.2 \quad IIND_t = l \cdot \beta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + (1-l) \cdot IIND_{t-1} - l \cdot IAUT_{t-1}$$

Die induzierten Investitionen setzen sich also aus drei Teilen zusammen: einem Teil, der durch einen flexiblen Akzelerator gebildet wird, einem Teil der induzierten Investitionen der vergangenen Periode, der umso größer ist, je geringer der Ausgleich der beiden Kapazitäten sein soll, und einem Teil der autonomen Investitionen der vergangenen Periode, der umso kleiner ist, je kleiner l ist.

2. Die Untersuchung der Finalgleichung

Da nur die Funktion der induzierten Investitionen verändert wird, kann das restliche Modell nahezu unverändert von Hicks übernommen werden:

$$210.1 \quad C_t = 0,75 \cdot NY_{t-1}$$

$$210.2 \quad IAUT_t = A_0 \cdot 1,06^t$$

$$210.3 \quad IIND_t = 1 \cdot (K_{t-1}^+ - K_{t-1})$$

$$210.4 \quad NY_t = C_t + IAUT_t + IIND_t$$

$$210.5 \quad K_t^+ = 3 \cdot BY_t$$

$$210.6 \quad K_t = K_{t-1} + IIND_t + IAUT_t - A_0$$

$$210.7 \quad BY_t = NY_t + D_t$$

$$210.8 \quad D_t = -D_0 + 0,17 \cdot BY_t$$

Außer 210.5 und 6 sind alle Gleichungen bereits erläutert worden. In 210.5 wird als Bestimmungsgröße des erforderlichen Kapitalbestandes das Bruttosozialprodukt verwendet, da mit dem Kapitalbestand auch die Ersatzinvestition produziert werden muß. Die Größe A_0 in 210.6 ist ein Zugeständnis an die Startbedingungen des Modells, die einem statischen Gleichgewicht entsprechen. Dort ist $K_t = K_{t-1}$. Da der erforderliche und der tatsächliche Kapitalbestand übereinstimmen, sind die induzierten Investitionen null. Die autonomen Investitionen entsprechen A_0 . Dies in 210.6

eingesetzt, zeigt, daß das Korrekturglied A_0 in 210.6 notwendig ist, da sonst ein ständiges Wachsen des Kapitalbestandes entsteht, was mit dem statischen Gleichgewicht unvereinbar ist.

Die Finalgleichung des Modelles entsteht durch Einsatz von 210.1/2/3 in 210.4:

$$211.1 \quad NY_t = 0,75 \cdot NY_{t-1} + 1 \cdot K_{t-1}^+ - 1 \cdot K_{t-1} + A_0 \cdot 1,06^t$$

Dann gilt auch:

$$211.2 \quad NY_{t-1} = 0,75 \cdot NY_{t-2} + 1 \cdot K_{t-2}^+ - K_{t-2} + A_0 \cdot 1,06^{t-1}$$

In die Differenz 211.1 - 211.2 wird für $K_{t-1} - K_{t-2}$ die Abwandlung von 210.6 eingesetzt: $K_{t-1} - K_{t-2} = IIND_{t-1} - IAUT_{t-1} - A_0$. K^+ kann mit 210.5 eliminiert werden. Das entstehende BY wird über 210.7 und 8 aufgelöst. Danach ist:

$$211.3 \quad BY_t = NY_t - D_0 + 0,17 \cdot BY_t \quad \text{oder}$$

$$211.4 \quad BY_t = \frac{1}{0,83} \cdot (NY_t - D_0)$$

Somit entsteht:

$$\begin{aligned} 211.5 \quad NY_t - NY_{t-1} &= 0,75 \cdot NY_{t-1} - 0,75 \cdot NY_{t-2} + \frac{3 \cdot 1}{0,83} \cdot \\ &\cdot (NY_{t-1} - D_0) - \frac{3 \cdot 1}{0,83} \cdot (NY_{t-2} - D_0) - 1 \cdot IIND_{t-1} \\ &- 1 \cdot IAUT_{t-1} + 1 \cdot A_0 + 0,06 \cdot A_0 \cdot 1,06^t \end{aligned}$$

Aus 210.4 folgt:

$$212.1 \quad NY_{t-1} - C_{t-1} = IIND_{t-1} + IAUT_{t-1} \text{ oder auch}$$

$$212.2 \quad 1 \cdot (NY_{t-1} - 0,75 \cdot NY_{t-2}) = 1 \cdot (IIND_{t-1} + IAUT_{t-1})$$

Aus 211.5 resultiert mit 212.2 die Finalgleichung:

$$212.3 \quad NY_t - (1,75 + \frac{3 \cdot 1}{0,83} - 1) \cdot NY_{t-1} + (0,75 + \frac{3 \cdot 1}{0,83} - 0,75 \cdot 1) \cdot NY_{t-2} = A_0 \cdot (1 + 0,06 \cdot 1,06^t)$$

Die Lösung dieser inhomogenen Differenzengleichung 2. Ordnung setzt sich zusammen aus der speziellen Lösung für die inhomogene Gleichung, die den Trend angibt, und der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung, die die Abweichungen von dem Trend bestimmt.

Zur Ermittlung der speziellen Lösung wird der Ansatz:

$$212.4 \quad \overline{NY}_t = a_1 \cdot 1,06^t$$

verwendet. Aus dem Einsatz von 212.4 in 212.3 folgt:

$$212.5 \quad a_1 \cdot 1,06^t - (1,75 + \frac{2,17}{0,83} \cdot 1) \cdot a_1 \cdot 1,06^{t-1} + (0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1) \cdot a_1 \cdot 1,06^{t-2} = A_0 \cdot (1 + 0,06 \cdot 1,06^t)$$

Aufgelöst nach a_1 :

$$213.1 \quad a_1 \cdot 1,06^{t-2} (1,06^2 - (1,75 + \frac{2,15}{0,83} \cdot 1) \cdot 1,06 + 0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1) = A_0 \cdot (1 + 0,06 \cdot 1,06^t)$$

Daraus wird:

$$213.2 \quad a_1 \cdot 1,06^{t-2} \cdot (0,0186 + \frac{0,0773}{0,83} \cdot 1) = 1 \cdot A_0 + 0,06 \cdot A_0 \cdot 1,06^t$$

a_1 setzt sich also aus zwei Summanden zusammen:

$$213.3 \quad a_1 = \frac{1,1236 \cdot 1 \cdot A_0}{0,0186 + \frac{0,0773}{0,83} \cdot 1} \cdot \frac{1}{1,06^t} + \frac{6,7416}{1,86 + \frac{7,73}{0,83} \cdot 1} \cdot A_0$$

a_1 ist also keine Konstante, sondern eine Funktion der Zeit. Der Trend entwickelt sich nach der Gleichung:

$$213.4 \quad \overline{NY}_t = \frac{1,1236 \cdot 1}{0,0186 + \frac{0,0773}{0,83} \cdot 1} \cdot A_0 + \frac{6,7416 \cdot A_0}{1,86 + \frac{7,73}{0,83} \cdot 1} \cdot 1,06^t$$

Die Lösung der homogenen Differenzengleichung erfolgt über den Ansatz:

$$213.5 \quad \overline{\overline{NY}}_t = k^t$$

Nach Einsatz in 212.3 (rechte Seite null) ist:

$$214.1 \quad k^t - (1,75 + \frac{2,17}{0,83} \cdot 1) \cdot k^{t-1} + (0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1) \cdot k^{t-2} = 0$$

Die charakteristische Gleichung der Differenzengleichung 212.3 ist somit:

$$214.2 \quad k^2 - (1,75 + \frac{2,17}{0,83} \cdot 1) k + 0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1 = 0$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung ist:

$$214.3 \quad k_{1/2} = 0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1 \pm \sqrt{(0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1)^2 - 0,75 - \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1}$$

Ohne nun die vollständigen Bedingungen für jeden möglichen Verlauf abzuleiten, soll hier nur auf die empirisch relevanten Bewegungen eingegangen werden (vgl. Seite 93 ff). Wie festgestellt wurde, müssen Schwingungen entstehen können. Das ist der Fall, wenn:

$$214.4 \quad 0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1 > (0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1)^2$$

214.4 wird nach 1 aufgelöst, es entsteht die Ungleichung:

$$214.5 \quad 1^2 - 0,3375 \cdot 1 + 0,086 < 0$$

Die linke Seite der Ungleichung 214.5 wird als Funktion von l betrachtet. Geometrisch entsteht so eine nach oben geöffnete Parabel. Hat diese Parabel zwei reelle Nullstellen, so ist die Ungleichung 214.5 für alle l -Werte erfüllt, die zwischen diesen Nullstellen liegen. Mit der Gleichsetzung der linken Seite von 214.5 und Null wird:

$$215.1 \quad l_{1/2} = 0,16877 \pm \sqrt{0,16877^2 - 0,00864}$$

Es ist also: $l_1 = 0,02792$ und $l_2 = 0,30962$. Die beiden Werte sagen aus, daß höchstens 30 Prozent der Differenz zwischen erforderlichem und tatsächlichem Kapitalbestand ausgeglichen werden soll.

Für alle l größer l_1 und kleiner l_2 entwickelt sich demnach das Einkommen gemäß:

$$215.2 \quad NY_t = \frac{1,1236 \cdot l \cdot A_0}{0,0186 + \frac{0,773}{0,3} \cdot l} + \frac{6,7416 \cdot A_0}{1,86 + \frac{7,73}{0,83} \cdot l} \cdot 1,06^t + c_1 \cdot R^t \cdot \sin(\gamma \cdot t + \alpha)$$

$$\text{mit } R = \sqrt{0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot l} \text{ und}$$

$$\gamma = \arctan \left(\frac{\sqrt{0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot l - (0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot l)^2}}{0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot l} \right)$$

Der Fall der Schwingung ergab die Beschränkung $0,02792 < l < 0,30962$. Neben dieser Einschränkung können sich weitere ergeben, wenn die restlichen Bedingungen für einen wirklichkeitsnahen Verlauf untersucht werden. Die zweite Bedingung betrifft R. Diese Größe muß in der Nähe von 1,06 liegen. Dann ist:

$$216.1 \quad 1,06 = \sqrt{0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot l} \quad \text{oder}$$

$$216.2 \quad 1,1236 = 0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot l$$

Daraus ist l unmittelbar zu bestimmen:

$$216.3 \quad l = 0,130426$$

Der Wert von l ist demnach mit der Schranke, die aus der Schwingungsbedingung resultierte, vereinbar. Die nächste Bedingung, die zu untersuchen ist, betrifft die Phasenlänge. Eine Phase darf zwischen vier und fünf Perioden andauern. Im Hicks-Modell führte diese Bedingung zur Unvereinbarkeit mit ökonomisch sinnvollen Konsumquoten (S. 97). Hier ist die Konsumquote und auch der Kapitalkoeffizient gegeben, l ist einzugrenzen. Die Übertragung von 94.1 führt zu der Bedingung:

$$216.4 \quad \tan \frac{\pi}{2} \geq \tan \varphi \geq \tan \frac{2 \cdot \pi}{5}$$

Da der Tangens bei $\pi/2$ unendlich ist, ist die linke Bedingung erfüllt. Aus der rechten Bedingung ergibt sich:

$$217.1 \quad \sqrt{0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1 - (0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1)^2} \geq \\ (0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1) \cdot 3,0781$$

Dies quadriert ergibt:

$$217.2 \quad (0,75 + \frac{2,3775}{0,83} \cdot 1) - (0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1)^2 \geq \\ 9,4747 \cdot (0,875 + \frac{1,085}{0,83} \cdot 1)^2$$

Die Auflösung nach 1 führt zu der Ungleichung:

$$217.3 \quad 1^2 + 1,1787 \cdot 1 + 0,4061 \leq 0$$

Die Bestimmung der Nullstellen ist:

$$217.4 \quad 1_{1/2} = - 0,5893 \pm \sqrt{0,3473 - 0,4061}$$

Auch hier liefert diese Bedingung die entscheidende Aussage. Ein Modell, das mit realistischen Wachstumsraten schwankt, kann bei der Kapazitätsanpassungshypothese niemals einen vier- oder fünfperiodigen Zyklus erzeugen. Die Diskriminante ist negativ. Dieses Ergebnis führt zwangsläufig dazu, daß explosive Bewegungen mit Ober- und Untergrenze getestet werden müssen.

Es ist bisher davon ausgegangen worden, daß eine Periode ein Kalenderjahr umfaßt. Um nun die Auswirkung der Verkürzung der Periode untersuchen zu können, müssen der Kapitalkoeffizient in 210.5 und die Wachstumsrate der autonomen Investitionen in 210.2 geändert werden. Diese Änderungen entsprechen den Abwandlungen im Hicks-Modell (S.98 und 107).

Die Parameter in der Finalgleichung 212.3 nehmen dann andere Werte an.

Die Untersuchung der Periodenverkürzung im Hicks-Modell (S.107ff) hat gezeigt, daß die Ermittlung des Verlaufs des Sozialproduktes, die die Bestimmung des Trends, der Abweichung vom Trend und der Integrationskonstanten mit Hilfe der Anfangswerte umfaßt, nicht unbedingt notwendig ist, da allein mit der Ermittlung der Abweichung vom Trend ein eindeutiges Ergebnis über den Einfluß der Periodenverkürzung erzielt werden konnte. Daher sollen hier nur die Abweichungen vom Trend bestimmt werden.

Aus 212.3 ist zu ersehen, daß der Parameter l , der den Grad der Anpassung angibt, bekannt sein muß, wenn eine numerische Lösung der homogenen Differenzengleichung ermittelt werden soll. Da l unbekannt ist, werden 3 Werte untersucht (0,9; 0,5; 0,1), um die Auswirkung unterschiedlicher l -Werte beurteilen zu können. Über den Ansatz $\overline{NY}_t = k^t$ ergeben sich folgende k -Werte aus der charakteristischen Gleichung der homogenen Differenzengleichung aus 212.3:

a) Jahresperiode; $B=3$; $1+r=1,06$

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
$k_1=2,99; k_2=1,11$	$k_{1/2}=1,53 \pm 0,31$	$k_{1/2}=1,006 \pm 0,16$
Explosion, Endwert der Wachstumsrate=1,99	Schwingung, explosiv, da R ungefähr 1,56	Schwingung, gedämpft, da R ungefähr 1,02

b) Halbjahresperiode; $B=6$; $1+r=1,0395$

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
$k_1=6,32; k_2=1,04$	$k_1=3,81; k_2=1,05$	$k_1=1,29; k_2=1,09$
Explosion, Endwert der Wachstumsrate 5,32	Explosion, Endwert der Wachstumsrate 2,81	Explosion, Endwert der Wachstumsrate 0,29

c) Vierteljahresperiode; $B=12$; $1+r=1,0235$

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
$k_1=12,84; k_2=1,02$	$k_1=7,46; k_2=1,02$	$k_1=2,07; k_2=1,03$
Explosion, Endwert der Wachstumsrate 11,84	Explosion, Endwert der Wachstumsrate 6,46	Explosion, Endwert der Wachstumsrate 1,07

d) Monatsperiode; $B=36$; $1+r=1,00893$

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
$k_1=38,88; k_2=1,003$	$k_1=21,59; k_2=1,018$	$k_1=4,95; k_2=1,034$
Explosion, Endwert der Wachstumsrate 37,88	Explosion, Endwert der Wachstumsrate 20,59	Explosion, Endwert der Wachstumsrate 3,95

Die Zusammenstellung läßt erkennen, daß die Systeme umso stärker explodieren, je kürzer die Periode und je höher der Grad der Anpassung ist. Unabhängig vom Grad der Anpassung tritt aber schon im Fall der Halbjahresperiode keine Schwingung mehr auf. Die Entwicklung des Sozialproduktes wird also unrealistischer, wenn die Periode verkürzt wird. Daher werden die folgenden Untersuchungen nur noch für den Fall der Jahresperiode vorgenommen.

3. Der Simulationsablauf bei realistischen Parametern

Zu dem bereits dargestellten System (S. 210) müssen noch Ober- und Untergrenze hinzugefügt werden. Die Untergrenze ist wiederum durch die Begrenzung der negativen induzierten Investitionen gegeben. Es kann minimal $IIND_t = -D_t - IAUT_t$ realisiert werden. Die Obergrenze sei durch ein maximales Bruttoeinkommen $BYMAX_t = 1,06 K_t / 3$ gekennzeichnet. Die Gleichung 210.5 wurde für diese Grenze entsprechend umgeformt. Die Auflösung von 210.5 nach BY gibt nach Ersatz von K^+ durch K den optimalen Output bei gegebener Kapazität. Es wird nun angenommen, daß das Produktionspotential um 6 v.H. mehr ausgelastet werden kann als es dem optimalen Auslastungsgrad entspricht.

Da kein Wert für l aus den Bedingungen ableitbar war, wird jedes Modell für drei l-Werte getestet, $l=0,9; 0,5; 0,1$. Das Ergebnis dieses ersten Simulationsmodelles mit der Kapazitätsanpassungshypothese schlägt sich in den Sequenztabelle 27 bis 30 nieder.

a) $l = 0,9$

Tabelle 27

T	IAUT	IIND	C	NY	BY	BYMAX
0	250	0	750	1000	1086	1152
1	265	0	750	1015	1105	1152
2	280	35	761	1077	1180	1180 0
3	297	-19	808	1086	1190	1190 0
4	315	-35	814	1095	1201	1201 0
5	334	-50	821	1104	1213	1213 0
6	354	-67	828	1115	1226	1226 0
7	375	-84	836	1127	1241	1241 0

Das Bruttoproduct stößt in der Periode 3 an die Obergrenze und bleibt dort im weiteren Zeitablauf. Im gesamten Modellzeitraum übertreffen die erforderlichen Kapitalbestände die tatsächlichen, es werden also ständig positive Investitionen induziert. Die vorhandenen Kapazitäten reichen aber nicht aus, die Nachfrage zu befriedigen, nicht einmal die autonomen Investitionen können in voller Höhe getätigt werden. Die Einführung der Obergrenze bewirkt also, daß ständig negative induzierte Investitionen ausgewiesen werden, obwohl die Entwicklung des Sozialproduktes positive induzierte Investitionen zur Folge hat.

Die induzierten Investitionen werden im weiteren Verlauf immer stärker negativ bis zur Periode 49, ab da verringern sich die Absolutbeträge. Eine Erklärung für diese Entwicklung bieten die Wachstumsraten des Nettosozialproduktes:

Tabelle 28

T	WY	T	WY	T	WY
1	1,500	21	3,275	41	7,974
2	6,151	22	3,500	42	8,151
3	0,811	23	3,733	43	8,318
4	0,823				
5	0,901	31	5,739	51	9,326
6	0,985	32	5,990	52	9,417
7	1,077	33	6,238		
8	1,176			58	9,821
.....				59	9,871

In der Periode 33 übersteigt die Wachstumsrate des Nettoeinkommens die Wachstumsrate der autonomen

Investitionen. Das Wachstum der negativen induzierten Investitionen mit zunehmenden Wachstumsraten wird gebremst. In Periode 49 ist das zu erwartende Minimum erreicht, in Periode 59 sind die induzierten Investitionen etwa so groß wie die der Periode 25. Da aber die Zuwachsraten des Nettoproduktes mit abnehmender Rate ansteigen, ist zu erwarten, daß sich die Wachstumsraten stabilisieren. Es wird dann einen Zeitpunkt geben, ab dem die induzierten Investitionen positiv werden.

Die Wirkung der Obergrenze in diesem Modell ist anders als die Wirkung der exogenen Obergrenze im Hicks-Modell. Es ist hier möglich, daß sich trotz Verharrens an der Obergrenze höhere Wachstumsraten entwickeln.

b) $l = 0,5$

Tabelle 29

T	IAUT	IIND	C	NY	BY	BYMAX	
0	250	0	750	1000	1086	1152	
1	265	0	750	1015	1105	1152	
2	280	19	761	1061	1161	1175	
3	297	-9	796	1084	1188	1188	0
4	315	-35	813	1093	1199	1199	0
5	334	-51	819	1103	1211	1211	0
6	354	-68	827	1113	1223	1223	0
7	375	-85	835	1125	1238	1238	0

Das Bild der Tabelle 29 entspricht dem Bild des Modelles mit $l=0,9$. Das Einkommen entwickelt sich etwas langsamer, die negativen induzierten Investitionen stärker. Der Stillstand der induzierten Investitionen wird ebenfalls in der Periode 49 beobachtet. Die Variation von l bietet also keine neue Bewegungsform.

c) $l = 0,1$

Tabelle 30

T	IAUT	IIND	C	NY	BY	BYMAX
0	250	0	750	1000	1086	1152
1	265	0	750	1015	1105	1152
2	280	3	761	1046	1142	1169
3	297	62	784	1082	1186	1186 0
4	315	-36	812	1091	1197	1198 0
5	334	-52	818	1101	1208	1208 0
6	354	-68	825	1111	1221	1221 0
7	375	-86	833	1123	1235	1235 0

Das Nettoeinkommen steigt noch langsamer als in den vorhergehenden Fällen a und b, die negativen induzierten Investitionen noch stärker als in den vorhergehenden Fällen. In der Periode 50 ist das Minimum der induzierten Investitionen erreicht; dieses Minimum hat einen niedrigeren Wert als das Minimum der induzierten Investitionen im Fall b.

Ebenso wie im Fall a entwickeln sich die Wachstumsraten des Einkommens, sie liegen jedoch unter den jeweiligen Werten bei a (der Fall b nimmt auch hier eine Mittellage ein).

Keinesfalls ist also das Grundmodell, bei dem nur die Investitionshypothese verändert wurde, in der Lage, einen Zyklus zu erzeugen.

II. Die Veränderungen der Nebenbedingungen

Es entsteht nun die Frage, ob es mit der Kapazitätsanpassungshypothese überhaupt eine Möglichkeit gibt, im Rahmen des hier untersuchten Modells Schwankungen zu erzeugen. Um dies beurteilen zu können, wird wie im Hicks-Modell das Modell so variiert, daß nichts Grundsätzliches verändert wird. Zunächst wird eine größere Schwankungsbreite zugelassen, daran anschließend werden die Startbedingungen modifiziert.

1. Die Erweiterung der Abweichungsmöglichkeiten von der optimalen Kapazitätsauslastung

Die maximale Differenz zwischen der höchstmöglichen Kapazitätsauslastung und der optimalen war bisher, in Anlehnung an die festgestellten Abweichungen, 6 v.H. gewesen. Diese Einschränkung schlug sich in der Formel $BYMAX_t = 1,06 \cdot K_t / 3$ nieder. Der Wert 1,06 soll nun vergrößert werden auf 1,5 und 2,0, eine rein modelltechnische Variante, die ohne jeden Realitätsbezug ist.

Ein Einsatz des Wertes 1,5 bedeutet, daß eine Überauslastung von 50 v.H. über den also optimal anzusehenden Output bei gegebener Kapazität möglich sein soll. Bei einer maximalen Auslastung von 100 Prozent beträgt der optimale Auslastungsgrad in diesem Fall $66 \frac{2}{3}$ Prozent. Eine gleichweite Entfernung vom optimalen zum maximalen und vom optimalen zum minimalen Auslastungsgrad ist identisch mit einer Aus-

lastung von 33 1/3 Prozent an der Untergrenze. Das Modell kann also, wenn es schwankt, Änderungen im Auslastungsgrad von 66 2/3 Prozent erzeugen. Kein Staat könnte solche Schwankungen wegen der damit verbundenen Zusammenbrüche, Massenentlastungen usw. zulassen.

Wenn hier trotzdem mit diesen Bandbreiten der Schwankungen gerechnet wird, dann nur, um nachzuweisen, daß für eine Modellverbesserung eine Realitätsentfernung notwendig ist.

Mit den verschiedenen l-Werten liegen wiederum drei Verläufe in Sequenztabellen vor:

a) $l = 0,9$

Tabelle 31

T	IAUT	IIND	C	NY	BY	BYMAX
0	250	0	750	1000	1086	1630
1	265	0	750	1015	1105	1630
2	280	35	761	1077	1180	1671
3	297	178	808	1284	1429	1784
4	315	558	963	1837	2096	2096 0
5	334	273	1738	1986	2275	2275 0
6	354	316	1489	2161	2486	2486 0
7	375	370	1621	2367	2734	2734 0

In der 4. Periode erfolgt der Zusammenstoß mit der Obergrenze, im weiteren Zeitablauf findet keine Abkehr statt. Durch die höheren Überauslastungsmöglichkeiten können stets positive induzierte Investitionen realisiert werden. Es ist daher zu erwarten, daß wesentlich höhere Wachstumsraten vorliegen:

Tabelle 32

T	WX	T	WY	T	WY
1	1,500	21	16,307		
2	6,152	22	16,507	51	17,723
3	19,235	23	16,681	52	17,725
4	43,067			53	17,726
5	8,085	31	17,346	54	17,727
6	8,807	32	17,481	55	17,729
7	9,530	33	17,518	56	17,729
8	10,244			57	17,730
9	10,940	41	17,675	58	17,731
10	11,610	42	17,684	59	17,731
.....		43	17,692		

Die Wachstumsraten liegen außer in $t=1$ immer über 6.v.H.,daher werden positive Investitionen induziert. Die Wachstumsraten gehen offensichtlich gegen einen Endwert, da sich ihr Zuwachs stark verlangsamt.

Der Fall b) $l = 0,5$ zeigt einen ähnlichen Verlauf. Das Nettoeinkommen ist etwas niedriger, der Zusammenstoß mit der Obergrenze erfolgt deshalb erst in der Periode 5 auf einem Niveau von 1888 (das entsprechende Einkommen im Fall a ist 1986). Der Endwert der Wachstumsraten ist aber der gleiche wie im Fall a, in der Periode 59 beträgt die Wachstumsrate 17,731.

Demgegenüber zeigt der Fall c einen anderen Verlauf. Die Ober- und Untergrenze wird nicht erreicht, das Modell schwankt mit gedämpften Wachstumsraten, die stets positiv sind, so daß immer ein höheres Sozialprodukt in der folgenden gegenüber der vorhergehenden Periode vorliegt. Die Wachstumsraten sind:

Tabelle 33

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
1	1,74	16	6,83	31	1,02	46	7,48
2	3,34	17	6,24	32	1,12	47	7,65
3	5,07	18	5,62	33	1,29	48	7,74
4	6,50	19	5,07	34	1,61	49	7,77 ^{Max}
5	7,82	20	4,50	35	1,98	50	7,72
6	8,70	21	3,93	36	2,45	51	7,64
7	9,27	22	3,45	37	2,98	52	7,50
8	9,65	23	2,96	38	3,56	53	7,34
9	9,74 ^{Max}	24	2,54	39	4,18	54	7,14
10	9,64	25	2,10	40	5,80	55	6,93
11	9,35	26	1,77	41	5,41	56	6,71
12	8,97	27	1,47	42	5,96	57	6,48
13	8,50	28	1,25	43	6,45	58	6,25
14	7,98	29	1,10	44	6,89	59	6,04
15	7,42	30	0,99 ^{Min}	45	7,22		

Der 60-periodige Ablauf umfaßt 1,5 Zyklen. Gemessen an den Wachstumsraten sind in den Perioden 9 und 49 ^{Maxima}, in der Periode 30 ein ^{Minimum} zu erkennen. Das Maximum in Periode 9 hat einen höheren Wert als das Maximum in Periode 49. Allein aus der vorliegenden Sequenztabelle kann aber nicht auf eine gedämpfte Schwingung geschlossen werden, da Anfangsstörungen nicht auszuschließen sind und zu wenig Zyklen entstehen.

Mit Hilfe der Gleichung 215.2 und den Anfangswerten NY_0 und NY_1 können die markanten Punkte des Verlaufs des Sozialproduktes entwickelt werden. Es ist:

$$227.1 \quad NY_t = 1006,3320 + 603,7992 \cdot 1,06^t - 620,3042 \cdot 1,0181^t \cdot \sin(0,1571 \cdot t + 1,3893)$$

(Rundungsfehler sind nicht ausgeschlossen, da nur bis zu vier Stellen hinter dem Komma gerechnet wurde).

Aus $\varphi = 0,1571$ geht über $2 \cdot \pi / \varphi$ hervor, daß ein Zyklus etwa 40 Perioden dauert. Die Wachstumsraten nähern sich oszillierend dem Trend, da $R = 1,0181$ kleiner als $1+r = 1,06$ ist. Das stets positive Einkommen resultiert aus $603,7992 \cdot 1,06^t$ größer $620,3042 \cdot 1,0181^t$ ab $t = 1(640,0271$ ist größer als $631,5317)$. Da die Sinusfunktion höchstens den Wert 1 erreichen kann, übersteigt ab Periode 1 der negative Teil der rechten Seite von 227.1 niemals den zweiten positiven Summanden. Der Wert des ersten Summanden (1006) wird keinesfalls im Zeitablauf unterschritten, noch weniger wird ein Einkommen erreicht, das kleiner als null ist.

Die stets positive Wachstumsrate ließe sich aus 227.1 über die Bildung der Wachstumsrate und der Bildung ihrer ersten Ableitung nachweisen, die auf Nullstellen untersucht wird, und ihrer zweiten Ableitung, die in diesen Punkten größer als Null sein soll. Liegt das so errechnete Minimum stets über Null, so existieren nur positive Wachstumsraten. Die Auflösung der Bestimmungsgleichung wirft aber Schwierigkeiten bezüglich der Winkelfunktionen auf. Daher wird hier untersucht, ab welchem t gilt:

$$\begin{aligned}
 228.1 \quad & 1006,332 + 603,7992 \cdot 1,06^t - 620,3042 \cdot 1,0181^t \cdot \\
 & \sin(0,1571 \cdot t + 1,3893) > 1006,332 + 603,7992 \cdot \\
 & 1,06^{t-1} - 620,3042 \cdot 1,0181^{t-1} \cdot \sin(0,1571 \cdot \\
 & t + 1,2322)
 \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} 229.1 \quad & 0,06 \cdot 603,7992 \cdot 1,06^{t-1} > 620,3042 \cdot 1,0181^{t-1} \\ & \cdot (1,0181 \cdot \sin(0,1571 \cdot t + 1,3893) - \sin(0,1571 \cdot \\ & \cdot t + 1,2322)) \end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned} 229.2 \quad & 0,0584 \cdot 1,0412^{t-1} > 0,0582 \cdot \cos 0,1571 \cdot t - \\ & 0,1484 \cdot \sin 0,1571 \cdot t \end{aligned}$$

Die rechte Seite der Ungleichung 229.2 hat Extremwerte für die Kombinationen $\cos 0,1571 \cdot t = 1 / \sin 0,1571 \cdot t = 0$ und $\cos 0,1571 \cdot t = 0 / \sin 0,1571 \cdot t = 1$; ebenso entstehen Extremwerte für die Ergebniskombinationen $-1/0$ und $0/-1$. Die größte Einschränkung gilt bei Anwendung der letzten Kombination. In allen Minima der Sinusfunktion $\sin 0,1571 \cdot t$ muß daher die Ungleichung

$$229.3 \quad 0,0584 \cdot 1,0412^{t-1} > 0,1484$$

gelten, wenn 229.2 erfüllt sein soll. Andererseits ist 229.3 auch eine hinreichende Bedingung für die Gültigkeit von 229.2, wenn nämlich 229.3 gilt, dann ist auch 229.2 richtig.

Aus 229.3 ist der T-Wert zu ermitteln, ab dem 229.3 immer gilt:

$$229.4 \quad \ln 0,0584 + (t-1) \cdot \ln 1,0412 > \ln 0,1484$$

Daraus wird $T=24$ errechnet. Da das erste Minimum in der Periode 30 liegt, sind alle Minima durch positive Wachstumsraten gekennzeichnet.

Ein weiterer Test mit der Überauslastungsmöglichkeit von 100 Prozent brachte keine neuen Ergebnisse. In den Fällen $l=0,9$ und $0,5$ konnte sich das Sozialprodukt nach dem Zusammenstoß nicht mehr von der Obergrenze lösen.

2. Die Verbesserung der Startbedingungen

Der Start des Systems aus einem statischen Gleichgewicht heraus führte zu der Kapitalbildungshypothese 210,6. In dieser Funktion stört der negative Anfangswert der autonomen Investitionen. Um diese Größe zu eliminieren, wird angenommen, daß in der Periode -1 das erforderliche und tatsächliche Kapital gleich waren. Beide Werte werden willkürlich fixiert. Es sei: $K_{-1}=K_{-1}^+ = 2700$. Über 210,5 kann das Bruttoproduct der gleichen Periode bestimmt werden: $2700/3=900$. Mit einer Vereinfachung der Abschreibungsfunktion in der Form $D_t = 0,15 \cdot BY_t$ resultiert das Nettoeinkommen: $(1-0,15) \cdot 900=765$.

Da aber eine Differenzengleichung 2. Ordnung vorliegt, müssen noch die Werte einer zweiten Periode fixiert werden. Am zweckmäßigsten wird eine Wachstumsrate für die Periode 0 vorgegeben. Beträgt sie 4 Prozent so ist $NY_0 = 795,6$. Jetzt können alle notwendigen Werte errechnet werden. Es ist $C_0 = 573,75$ (aus NY_{-1}) und $A_0 = NY_0 - C_0 = 221,85$, da

ja $IIND_0 = 0$. Das Bruttoeinkommen beträgt 936, dann müssen die erforderlichen Kapazitäten 2808 sein. Das tatsächliche Kapital ist höher (2921,85), daher wird ab Periode 1 ein Abschwung beginnen.

Das Gesamtmodell ist mit den Veränderungen:

$$231.1 \quad C_t = 0,75 \cdot NY_{t-1}$$

$$231.2 \quad IAUT_t = 221,85 \cdot 1,06^t$$

$$231.3 \quad IIND_t = 1 \cdot (K_{t-1}^+ - K_{t-1}) \quad l=0,9;0,5;0,1$$

$$231.4 \quad K_t^+ = 3 \cdot BY_t$$

$$231.5 \quad K_t = K_{t-1} + IIND_t + IAUT_t$$

$$231.6 \quad BY_t = NY_t + D_t$$

$$231.7 \quad D_t = 0,15 \cdot BY_t$$

$$231.8 \quad NY_t = C_t + IIND_t + IAUT_t$$

Auch in diesem Modell bewirken die Grenzen über eine Veränderung einer Größe eine Wandlung von sich selbst. Es entstehen Prozesse, die auf ihre Konvergenz hin untersucht werden müssen.

Erfolgt an der Untergrenze ein Zusammenstoß der negativen induzierten Investitionen mit $-IAUT-D$, so werden die induzierten Investitionen gebremst. Das bewirkt eine Erhöhung der Netto- und Bruttoeinkommen und somit auch der Abschreibungen. Die

Vergrößerung der induzierten Investitionen erweist sich als zu groß. Eine erneute Korrektur, in anderer Richtung, muß einsetzen, die ihrerseits wieder eine Korrektur hervorruft, usw.

Der Ausgangswert auf der Basis der Kapazitätsanpassungshypothese sei $IIND_{0,t}$. Die erste Korrektur führt zu:

$$232.1 \quad IIND_{1,t} = IIND_{0,t} + (-IIND_{0,t} - IAUT_t - D_{0,t})$$

Mit dem Klammerausdruck gleich a entstehen die Folgen:

$$NY_{1,t} = NY_{0,t} + a, \quad BY_{1,t} = BY_{0,t} + \frac{0,15}{0,85} \cdot a \quad \text{und} \quad D_{1,t} = D_{0,t} + \frac{0,15}{0,85} \cdot a$$

Das bewirkt die zweite Korrektur:

$$232.2 \quad IIND_{2,t} = IIND_{1,t} - \frac{0,15}{0,85} \cdot a$$

die zu $D_{2,t} = D_{1,t} - \left(\frac{0,15}{0,85}\right)^2 \cdot a$ überleitet. Für die induzierten Investitionen entsteht also die Reihe:

$$232.3 \quad IIND_t = IIND_{0,t} + a - \frac{0,15}{0,85} \cdot a + \left(\frac{0,15}{0,85}\right)^2 \cdot a + \dots + (-1)^n \left(\frac{0,15}{0,85}\right)^n$$

Diese unendliche geometrische Reihe konvergiert gegen den Endwert:

$$232.4 \quad IIND_t = IIND_{0,t} + \frac{a}{1 + \frac{0,15}{0,85}}$$

oder:

$$233.1 \quad IIND_t = IIND_{0,t} + 0,85 \cdot a$$

Mit 233.1 kann die untere Grenze dargestellt werden. Wenn die induzierten Investitionen aus 231.3 kleiner sind als die negative Summe der autonomen Investitionen und der Abschreibungen, dann bilden sich infolge der Untergrenze die Investitionen:

$$IIND_t = IIND_{0,t} + 0,85 \cdot (-IIND_{0,t} - IAUT_t - D_{0,t}).$$

Auch bei dem Zusammenstoß mit der Obergrenze tritt die Interdependenz zwischen beschränkter und beschränkender Größe auf. Die Obergrenze mit der geringsten zugelassenen Schwankung des Auslastungsgrades ist: $BYMAX_t = 1,06 \cdot K_t / 3$. Ist nun das aus dem unbeschränkten Modell resultierende Bruttoeinkommen größer als das maximal produzierbare, so entsteht eine Verringerung der induzierten Investitionen, da diese nicht mehr im Umfang der Nachfrage befriedigt werden können. Daraus folgt aber auch eine Verkleinerung des tatsächlichen Kapitalbestandes, der das maximale Produkt bestimmt. Eine Abwärtsbewegung wird eingeleitet, die sinnvollerweise einen Endwert haben muß. Bei dem Zusammenstoß wurde korrigiert:

$$233.2 \quad BY_{1,t} = BY_{0,t} - (BY_{0,t} - BYMAX_{0,t})$$

Der Klammerausdruck wird mit a bezeichnet. Das Nettoeinkommen verringert sich dann um $0,85 \cdot a$, ebenso die induzierten Investitionen und der tatsächliche Kapitalbestand. Aus dem maximal produzierbaren Bruttoprodukt:

$$234.1 \quad BYMAX_{1,t} = BYMAX_{0,t} - \frac{0,85 \cdot 1,06}{3} \cdot a$$

folgt:

$$234.2 \quad BY_{2,t} = BY_{1,t} - \frac{0,85 \cdot 1,06}{3} \cdot a$$

Dem entspricht ein Nettoeinkommen von

$$234.3 \quad NY_{2,t} = NY_{1,t} - \frac{0,85^2 \cdot 1,06}{3} \cdot a$$

und die Investitionen und der Kapitalbestand werden im gleichen Ausmaß sinken, so daß im nächsten Schritt:

$$234.4 \quad BYMAX_{2,t} = BYMAX_{1,t} - \left(\frac{0,85 \cdot 1,06}{3} \right)^2 \cdot a$$

das Bruttosozialprodukt begrenzt. Den Endwert des Bruttosozialproduktes gibt die Reihe

$$234.5 \quad BY_t = BY_{0,t} - a - \frac{0,85 \cdot 1,06}{3} a - \left(\frac{0,85 \cdot 1,06}{3} \right)^2 \cdot a - \dots - \left(\frac{0,85 \cdot 1,06}{3} \right)^n \cdot a$$

an. Sie konvergiert, da der Quotient $\frac{0,85 \cdot 1,06}{3}$ kleiner als 1 ist. Der Wert dieser Reihe ist:

$$234.6 \quad BY_t = BY_{0,t} - \frac{1}{1 - \frac{0,85 \cdot 1,06}{3}} \cdot (BY_{0,t} - BYMAX_{0,t})$$

Erst wenn die entsprechenden Größen an der Ober- und Untergrenze berichtet sind, können abschließend alle anderen ermittelt werden.

Der Modelltest wird für die Werte $l=0,9;0,5;0,1$ bei den alternativen Uberschulungsmöglichkeiten von 1,06, 1,5 und 2,0 durchgeführt. Es entstehen also 9 Abläufe.

a) $l=0,9$ (1,06)

Tabelle 34

T	WY
0	4,0
1	-8,32
2	-36,25
.....	
41	-36,20
.....	
45	31,98
46	10,73
.....	
58	10,73

Das Einkommen sinkt zunächst ständig, da der tatsächliche Kapitalbestand K größer als der erforderliche Kapitalbestand K^+ ist. Die Schere zwischen K und K^+ wird größer, da K^+ stärker sinkt als K , das nur im Umfang der geringen Abschreibungen zurückgehen kann. Nachdem sich die Kapazitäten genügend weit abgebaut haben, erfolgt in Periode 42 der Umschwung, trotz negativer induzierter Investitionen wird die Untergrenze zum erstenmal nicht erreicht. Die Wachstumsrate erlangt einen Endwert, der ab Periode 46 eintritt.

b) $l=0,5$ (1,06)

Prinzipiell ist der gleiche Ablauf wie in Fall a zu erkennen. Die negativen Wachstumsraten bis zur Periode 33 stimmen überein, die positive Endwachstumsrate beträgt 7,31 Prozent. Der Umschwung erfolgt also früher.

c) $1 = 0,1$ (1,06)

Im Gegensatz zu den ersten Fällen liegt hier ein unbegrenzter Prozeß vor, das Einkommen schwankt, ohne an Ober- und Untergrenze zu stoßen.

Tabelle 35

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
0	4,0	15	2,74	30	8,71	45	4,80
1	3,12	16	3,78	31	8,38	46	4,76
2	2,33	17	4,86	32	8,03	47	4,75
3	1,62	18	5,91	33	7,67	48	4,77
4	1,00	19	6,89	34	7,32	49	4,82
5	0,47	20	7,75	35	6,97	50	4,82
6	0,04	21	8,46	36	6,64	51	4,99
7	-0,37	22	9,00	37	6,33	52	5,11
8	-0,47	23	9,38	38	5,04	53	5,24
9	-0,51	24	9,59	39	5,77	45	5,38
10	-0,40	25	9,67	40	5,53	55	5,53
11	-0,12	26	9,63	41	5,32	56	5,68
12	0,34	27	9,50	42	5,14	57	5,83
13	0,99	28	9,29	43	4,99	58	5,97
14	1,80	29	9,02	44	4,88		

Min

Die Länge eines Zyklus beträgt 38 Perioden. Das System beginnt infolge der Anfangswerte mit einem Abschwung, der in Periode 9 den tiefsten Punkt erreicht. Die negativen Wachstumsraten entstehen nur im ersten Zyklus, diese Erscheinung deckt sich mit dem Ergebnis von S. 230, wo der T-Wert ermittelt wurde, ab dem nur positive Wachstumsraten vorlagen.

Der Aufschwung nach Periode 9 gipfelt in der Wachstumsrate von 9,67 in Periode 25, die Zahl der Aufschwungsperioden beträgt 16. Nach weiteren 22 Perioden ist wieder ein Minimum zu erkennen, das aber auf einem höheren Niveau liegt als das erste. Da aber

die Differenz zwischen Minimum und der Wachstumsrate nach 10 Perioden abnimmt ($7,4$ gegenüber $1,1$) (10 Perioden Abschnitt willkürlich), liegt eine gedämpfte Schwingung vor.

Der zweite Untersuchungsabschnitt ist durch eine Überauslastungsmöglichkeit von 50 Prozent gekennzeichnet. Im Fall $l=0,9$ sind die Werte bis Periode 42 mit dem Fall a identisch. Erst dann tritt, bedingt durch die höhere Auslastungsmöglichkeit eine Änderung ein, die Wachstumsraten gehen gegen den Endwert von $18,48$ Prozent. Eine Abwendung von der Obergrenze tritt nicht auf.

Für $l=0,5$ ist ebenfalls keine Änderung gegenüber dem Fall b zu erkennen, nur daß die Endwachstumsrate $18,48$ v.H. beträgt.

Im Fall $l=0,1$ entsteht wie erwartet, überhaupt keine Veränderung der Werte, da hier keine Grenze wirksam wird wie auch im Fall c.

Eine weitere Vergrößerung der Auslastungsmöglichkeit führt auch nicht zu dem Ziel, begrenzte Schwingungen zu erzeugen. Entweder stoßen die Sozialprodukte nach einem Zusammenprall mit und der Abkehr von der Untergrenze mit der Obergrenze zusammen und verbleiben an ihr (die Endwachstumsraten liegen selbstverständlich höher), oder es sind gedämpfte Schwingungen festzustellen, die keiner Grenze bedürfen.

Das Ergebnis einer gedämpften Schwingung ist an sich, nicht negativ, da zusammen mit einer Hypothese über

exogene Faktoren ein realitätsnaher Zyklus erklärt werden könnte. Da hier jedoch eine vollkommen unrealistische Phasenlänge der gedämpften Schwingung vorliegt, kann das Modell keinesfalls die Realität erklären. Eine Verkürzung der Periode, so daß die Phasenlänge von 38 Perioden vier bis fünf Kalenderjahre dauert, ändert diese Schlußfolgerung nicht, da dann keine Schwingung, sondern eine Explosion eintritt.

III. Die Variation der Reaktionszeiten

Entsprechend der Analyse des Hicks-Modells soll auch hier nun untersucht werden, wie sich eine Veränderung der Verhaltensgleichungen bezüglich der eingebauten Lags auf den Verlauf der Modelle auswirkt.

1. Die Abwandlung der Lags in der Kapazitätsanpassungshypothese

1.1. Die Unterstellung einer kürzeren Reaktionszeit

Es wird zunächst behauptet, die Nachfrage nach induzierten Investitionen bildet sich aufgrund der Differenz zwischen erforderlichem und tatsächlichem Kapitalbestand in der gleichen Periode. Aus den Verhaltensgleichungen 239.1 und 239.2 und der Definitionsgleichung 239.3

$$239.1 \quad IIND_t = 1 \cdot (K_t^+ - K_t)$$

$$239.2 \quad K_t^+ = 3 \cdot BY_t$$

$$239.3 \quad K_t = K_{t-1} + IAUT_t + IIND_t$$

geht hervor, daß die induzierten Investitionen durch zwei Komponenten gebildet werden, die teilweise von den induzierten Investitionen selbst bestimmt werden. Da ein eindeutiger Wert der induzierten Investitionen neben den exogenen autonomen Investitionen und dem vorherbestimmten Konsum zur Bildung des Sozialprodukts

notwendig ist, muß geprüft werden, ob sich die induzierten Investitionen aus exogenen oder vorherbestimmten Größen eindeutig ableiten lassen. Nur dann hat das Modell eine eindeutige Lösung.

In Verbindung mit:

$$240.1 \quad NY_t = C_t + IAUT_t + IIND_t \quad \text{und}$$

$$240.2 \quad BY_t = \frac{1}{0,85} \cdot NY_t,$$

letztere Gleichung entsteht durch die Anwendung der Abschreibungsfunktion, ergibt sich durch Einsatz von 239.2 - 3 und 240.1 und 2 in 239.1 als Ergebnis:

$$240.3 \quad IIND_t = 1 \cdot \left(\frac{3}{0,85} \cdot C_t + \frac{2,15}{0,85} \cdot IAUT_{t-K_{t-1}} \right) / \left(1 - \frac{2,15}{0,85} \cdot 1 \right)$$

IIND resultiert also aus exogenen (IAUT) und vorherbestimmten Größen (C, K_{-1}).

Zusammen mit dem Modell auf S. 231 führt 239.1 zu der Finalgleichung:

$$240.4 \quad \left(1 - \frac{2,15}{0,85} \cdot 1 \right) \cdot NY_t - \left(1,75 - \frac{2,3625}{0,85} \cdot 1 \right) \cdot NY_{t-1} + 0,75 \cdot NY_{t-2} = 0,06 \cdot A_0 \cdot 1,06^t$$

Über die charakteristische Gleichung der homogenen Differenzengleichung entstehen die Schranken für 1, wenn Schwingungen der Abweichungen vom Trend vorliegen sollen:

$$241.1 \quad 0,0331 < 1 < 0,2439$$

Aus der Bedingung über die Phasenlänge eines Zyklus resultieren die Schranken für 1:

$$241.2 \quad 0,5185 < 1 < 0,8567$$

Es zeigt sich, daß sich die beiden Bereiche nicht überlappen. Ein unbegrenzter realistischer Verlauf liegt daher nicht vor. Es ist deshalb zu prüfen, ob bei einem explosiven Abweichen vom Trend mit einer Ober- und Untergrenze wirklichkeitsnahe Abläufe entstehen.

Das zu testende Modell umfaßt die Gleichungen und Schranken von S. 231 ff, wobei 231.3 durch 239.1 ersetzt wird. Mit den drei 1-Werten und den drei Überauslastungsmöglichkeiten entstehen wieder neun Sequenztabelle.

$$a) \quad 1=0,9 \quad (1,06)$$

Tabelle 36

T	WY	T	WY
1	14,49	10	10,97
2	8,99	11	11,01
3	11,61	12	11,03
4	10,41	13	11,05
5	11,03	14	10,91
6	10,78	15	10,73
7	10,94	16	10,73
8	10,90		
9	10,96	58	10,73

Bis zur Periode 8 wechseln Maximum und Minimum periodisch mit stets positiven Wachstumsraten, nach

dem Minimum in Periode 8 erfolgt ein 5-periodiger Anstieg der Wachstumsraten bis zu dem Maximum in Periode 13. Von dort geht die Wachstumsrate asymptotisch gegen den Endwert von 10,73, der bereits aus dem Vergleichsmodell (S. 231 ff, spez. S.235 Tabelle 34) bekannt ist.

Ein ähnliches Ergebnis zeigt der Fall $l=0,5$ (1,06), der Endwert der Wachstumsrate beträgt auch 10,73, so daß eine breitere Behandlung entfällt.

Im Fall $l=0,1$ entsteht, wie zu erwarten ist, eine unbegrenzte, gedämpfte Schwingung:

c) $l=0,1$ (1,06)

Tabelle 37

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
1	2,8	16	7,01	31	6,59	46	5,33
2	0,91	17	8,27	32	6,17	47	5,52
3	-0,03	18	9,25	33	5,80	48	5,71
4	-0,84	19	9,94	34	5,48	49	5,89
5	-1,48	20	10,34	35	5,20	50	6,05
6	-1,93	21	18,50Max	36	4,97	51	6,20
7	-2,16Min	22	10,44	37	4,80	52	6,32
8	-2,13	23	10,22	38	4,68	53	6,42
9	-1,86	24	9,89	39	4,62	54	6,49
10	-1,21	25	9,47	40	4,60Min	55	6,54
11	-0,77	26	9,00	41	4,64	56	6,56 Max
12	0,94	27	8,51	42	4,71	57	6,56
13	2,38	28	8,01	43	4,83	58	6,54
14	3,96	29	7,51	44	4,97		
15	5,54	30	7,03	45	5,14		

Die Phasenlänge des Zyklus beträgt, von Maximum zu Maximum der Wachstumsraten gemessen, 35 Perioden, von Minimum zu Minimum, 33 Perioden. Diese Differenz beruht auf der Lage der Extremwerte, die nicht durch ganzzahlige Perioden-Werte gekennzeichnet ist. Ein

leichter Rückgang der Phasenlänge ist gegenüber dem Vergleichsmodell (S.236) zu beobachten, der aber das System keinesfalls in die Nähe der Wirklichkeit bringt. Die Extremwerte in der Tabelle 37 sind ausgeprägter als die in der Tabelle 35. So steht der Wachstumsrate von -2,16 im ersten Minimum der Vergleichswert von -0,51 gegenüber. Die Wachstumsrate im ersten Maximum (18,50) ist nahezu doppelt so groß wie die Vergleichsgröße (9,67). Im zweiten Minimum haben sich beide Zahlen angenähert (4,60 und 4,75), was auf eine starke Dämpfung zurückzuführen ist.

Die Erhöhung der Überauslastungsmöglichkeit läßt die Verläufe entstehen:

d) $l=0,9$ (1,5)

Tabelle 38

T	WY
1	14,49
2	8,99
3	11,61
4	10,41
5	11,03
6	10,73
7	10,94
8	10,90
9	10,96
10	10,97
11	11,01
...	...
58	11,49

Der Verlauf bis zur Periode 11 stimmt mit dem Verlauf in der Tabelle 36 überein, ein Sinken der Wachstumsraten ist hier aber nicht zu erkennen.

Die Ursache des ständigen, wenn auch sich verlangsamenden Wachstums der Wachstumsraten ist die Nichterreicherung der Obergrenze.

e) $l=0,5$ (1,5)

Der Verlauf des Sozialproduktes ist durch ein ständiges Wechseln zwischen Ober- und Untergrenze geprägt. Da die Untergrenze einer Periode niedriger ist als die Obergrenze der vorhergehenden Periode, ändern sich die Vorzeichen der Wachstumsraten von Periode zu Periode. Beide Wachstumsraten erreichen einen Endwert, der ab der Periode 21 eintritt (104,32 und -36,25).

Im Fall $l=0,1$ ändert sich erwartungsgemäß nichts, da das Sozialprodukt in diesem Fall nicht an eine Grenze stößt.

Die Erscheinung, daß das Sozialprodukt für $l=0,9$ die Obergrenze nicht erreicht, für $l=0,5$ ständige Zusammenstöße mit den Grenzen vorliegen, für $l=0,1$ aber wieder keine Grenze wirksam wird, findet ihre Erklärung in der Bildung des Kapitalbestandes in der Periode 0. Die induzierten Investitionen und der Kapitalbestand entstehen simultan. Für $l=0,5$ ergibt sich somit ein niedrigerer Kapitalbestand als für $l=0,9$. Die aus der kleineren Kapazität resultierende Obergrenze begrenzt den Verlauf des Einkommens, während die Kapazität und somit auch die Obergrenze im Fall $l=0,9$ groß genug ist, um unbegrenzte Abläufe zuzulassen. Für $l=0,1$ entsteht zwar die kleinste Kapazität, die induzierten In-

vestitionen sind aber andererseits im Zeitablauf so gering, daß keine Obergrenze erreicht wird.

Die angekündigte Erweiterung der Überauslastungsmöglichkeit mit der Kennzahl 2,0 hat demzufolge nur noch einen Einfluß, wenn 1 0,5 ist. Es entstehen die Wachstumsraten:

Tabelle 39

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
1	32,11	11	155,05	21	59,01	31	181,21
2	-26,62	12	-36,25U	22	-36,25U	32	-36,25 U
3	142,82	13	63,51	23	171,08	33	51,78
4	-36,25U	14	-36,25U	24	-36,25U	34	-36,25 U
5	67,71	15	160,65	25	56,66	35	186,37
6	-36,25U	16	-26,25U	26	-36,35U	36	-36,25 U
7	149,16	17	61,29	27	176,14	37	49,24
8	-36,25U	18	-36,25U	28	-36,35U	38	-36,25 U
9	65,66	19	165,95	29	54,25	39	191,69
10	-36,25U	20	-36,25U	30	-36,35U	40	-36,25 U
41	46,63	46	-36,35U	51	20,320	56	-36,25 U
42	-36,25U	47	203,09	52	-36,25U	57	41,22
43	197,25	48	-36,25U	53	41,20	58	-35,53
44	-36,25U	49	41,18	54	-35,53		
45	43,94	50	-35,53	55	203,39		

Es entstehen zweiperiodige Zyklen mit unterschiedlichen Wachstumsraten in den Nachbarzyklen. Der Ablauf, der sich nach Periode 48 abzeichnet, erreicht im ersten Minimum die Untergrenze bei einer negativen Wachstumsrate von -36,25, steigt dann mit einer Wachstumsrate, die wesentlich kleiner ist als die der übernächsten Periode, sinkt anschließend mit einer Wachstumsrate von -35,53, wobei die Untergrenze nicht erreicht wird, um den zweiten Zyklus mit einer sehr hohen Wachstumsrate zu beenden.

Die hohe positive Wachstumsrate steigt im Zeitablauf von 142,82 (Periode 3) auf 203,29 (Periode 55), der Zuwachs der Wachstumsraten nimmt aber ab, so daß ein Endwert zu erwarten ist.

Die kleinere positive Wachstumsrate schwankt. Ihren höchsten Wert hat sie in Periode 5 mit 67,71, ihren niedrigsten Wert in Periode 49 mit 41,18 erreicht. Über die weitere Gestalt der Schwingung kann keine Aussage gemacht werden.

Es fällt auf, daß ab der Periode 49 nicht mehr in jedem Abschwung die Untergrenze berührt wird, wie es bis zu dieser Periode der Fall war. Nur die Abschwünge nach der hohen positiven Wachstumsrate führen zur Untergrenze.

Die Ergebnisse werden noch einmal zusammengefaßt, um eine bessere Übersicht zu ermöglichen:

Überschallungsmöglichkeit 6 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der Obergrenze, Endwert der Wachstumsrate 10,73	Wachstum an der Obergrenze, Endwert der Wachstumsrate 10,73	Gedämpfte Schwingung, Phasenlänge 35 Perioden

Überschallungsmöglichkeit 50 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Ständiges Wachsen, nicht an der Obergrenze	Ständiger Wechsel zwischen Oer- und Untergrenze	s.o.

Überschallungsmöglichkeit 100 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Ständiges Wach- sen, nicht an der Obergrenze	Ständiger Wech- sel zwischen po- sitiven und ne- gativen Wachs- tumsraten, die Obergrenze wird nicht, die Unter- grenze unregel- mäßig erreicht	s.o.

Nach der Untersuchung der Lagvorverschiebung, die für $l=0,1$ eine leichte Verbesserung brachte, und auch zeigte, daß eine Aokkehr von den Grenzen möglich ist, wird nun der Lag zurückdatiert.

1.2 Die Verlängerung der Reaktionszeit

In diesem Abschnitt wird angenommen, die Nachfrage nach induzierten Investitionen entsteht infolge des Auseinanderklaffens der erforderlichen und der tatsächlichen Kapazitäten zwei Perioden vor dem Entscheidungszeitpunkt. Dies hat die Funktion

$$247.1 \quad IIND_t = 1 \cdot (K_{t-2}^+ - K_{t-2})$$

zur Folge. Ersetzt 247.1 231.3, so ergibt sich aus diesem Modell die Finalgleichung:

$$247.2 \quad NY_{t-1} \cdot 1,75 \cdot NY_{t-1} - \left(\frac{2,15}{0,85} \cdot 1 - 0,75 \right) \cdot NY_{t-2} +$$

$$\frac{2,3635}{0,85} \cdot 1 \cdot NY_{t-3} = 0,06 \cdot A_0 \cdot 1,06^t$$

Die Ermittlung der Abweichungen vom Trend führt zu einer charakteristischen Gleichung, die kubisch ist. Es läßt sich zeigen, daß es einen Bereich für l gibt, in dem Schwingungen vorliegen:

$$248.1 \quad 0,0319 < l < 0,4078$$

Eine weitere analytische Behandlung ist nicht möglich, da zur Bestimmung der Lösung der Finalgleichung die Hyperbelfunktion ch ermittelt werden muß, dies jedoch nicht ohne Fixierung von l geht. Eine allgemeine Lösung mit dem unbestimmten Parameter l liegt nicht vor.

Es sind daher wieder für verschiedene l -Werte und Überauslastungsmöglichkeiten Simulationsmodelle aufzustellen. Entsprechend der bisher angewandten Methode der Einteilung entstehen neun Abläufe.

a) $l=0,9$ (1,06)

Das Ergebnis ist prinzipiell nicht neu. Bis Periode 43 sinkt das Einkommen mit einer Wachstumsrate von rund -36 v.H. an der Untergrenze. Nach vier Perioden unbegrenzten Wachsens erfolgt der Zusammenstoß mit der Obergrenze, an der das Sozialprodukt ständig mit 10,73 v.H. wächst.

b) $l=0,5$ (1,06)

Der Verlauf entspricht dem des Falles a, die Abwendung von der Untergrenze geschieht früher, in Periode 35, die Obergrenze ist in Periode 40 erreicht, ab Periode 41 beträgt die Wachstumsrate 10,73 v.H.

c) $l=0,1$ (1,06)

Erwartungsgemäß findet hier ein unbegrenzter Verlauf statt, da eine Verkürzung des Lags eine Verkürzung der Phasenlänge hervorruft, eine längere Phase als das Vergleichsmodell (S. 236, Tabelle 35) aufzeigen sollte.

Tabelle 40

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
0	4,00	15	1,72	30	8,84	45	5,85
1	4,55	16	2,23	31	8,78	46	5,68
2	3,51	17	2,83	32	8,67	47	5,53
3	3,09	18	3,50	33	8,52	48	5,39
4	2,54	19	4,21	34	8,34	49	5,28
5	2,08	20	4,95	35	8,13	50	5,18
6	1,97	21	5,67	36	7,90	51	5,11
7	1,33	22	6,36	37	7,66	52	5,06
8	1,05	23	6,98	38	7,42	53	5,03
9	0,86	24	7,52	39	7,17	54	5,03
10	0,75	25	7,97	40	6,93	55	5,03
11	0,73	26	8,33	41	6,69	56	5,05
12	0,82	27	8,58	42	6,46	57	5,10
13	1,01	28	8,75	43	6,24	58	5,16
14	1,31	29	8,83	44	6,04		

Die erwartete Phasenverlängerung ist eingetreten (42 gegenüber 38 Perioden). Die Phase ist von Minimum zu Minimum gemessen worden, das Maximum eignet sich nicht, da das in Periode 1 erscheinende Maximum eine Anfangsstörung zur Ursache haben dürfte. Die Werte der Extrema liegen näher am Trend als im Vergleichsmodell, das erste Minimum ist positiv, 0,73, es wird dem Wert -0,51 gegenübergestellt; das erste Maximum in Periode 30 liegt um 0,9 unter dem Vergleichswert. Auch das zweite Minimum ist deutlich höher, 5,03, als das entsprechende Minimum in Ta-

belle 35, 4,75.

d) $l=0,9$ (1,5)

Dieser Falle entspricht nahezu dem Fall a, der Zusammenstoß erfolgt eine Periode später, 48, als die Obergrenze in a erreicht wurde. Die Endwachstumsrate hat den Wert 18,47 v.H.

e) $l=0,5$ (1,5)

Bis zur Periode 34 sinkt das Einkommen mit Wachstumsraten, die nahe bei 36 liegen. In der Periode 41 stößt das bis dahin unbegrenzt wachsende Einkommen an die Obergrenze, wo es verbleibt. Der Endwert der Wachstumsrate von 18,47 v.H. liegt ab Periode 42 vor.

f) $l=0,1$ (1,5)

Naturngemäß ist das Ergebnis vollkommen identisch mit dem des Falles c.

g) $l=0,9$ (2,0)

Das Sozialprodukt sinkt mit rund -36 v.H. an der Untergrenze bis Periode 43. Ab Periode 49, dem Zeitpunkt des ersten Zusammenstoßes mit der Obergrenze, steigt das Einkommen von Periode zu Periode um 32,69 v.H.

h) $l=0,5$ (2,0)

Auch hier ist unverändert eine Phase des Sinkens festzustellen, die bis Periode 36 anhält. Ab dann wächst das Einkommen, stößt in Periode 43 an die Obergrenze und verbleibt an ihr mit einer Wachstumsrate von 32,69 v.H.

Der noch fehlende Fall ($l=0,1(2,0)$) ist mit c identisch.

Es zeigt sich, daß im Gegensatz zum Hicks-Modell eine Veränderung der Reaktionshypothesen keine Veränderungen im Verhalten des Modelles bewirkt. Für $l=0,9$ und $0,5$ ist der typische Ablauf stets gleich und für $l=0,1$ findet eine Verschlechterung bei einer Reaktionsverlängerung statt, ein Ergebnis, das realistisch ist.

Zur besseren Übersicht werden die Ergebnisse zusammengefaßt:

Überschneidungsmöglichkeit 6.v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der Obergrenze, Endwert der Wachstumsrate 10,73	Wachstum an der Obergrenze, Endwert der Wachstumsrate 10,73	Gedämpfte Schwingung, Phasenlänge 38 Perioden

Überschallungsmöglichkeit 50 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der	Wachstum an der	s.o.
Obergrenze, End-	Obergrenze, End-	
wert der Wachs-	wert der Wachs-	
tumsrate 18,47	tumsrate 18,47	

Überschallungsmöglichkeit 100 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der	Wachstum an der	s.o.
Obergrenze, End-	Obergrenze, End-	
wert der Wachs-	wert der Wachs-	
tumsrate 32,69	tumsrate 32,69	

Da mit der Variation der Funktion der induzierten Investitionen keine Verbesserungen erzielt wurden, soll anschließend der Einfluß der Konsumfunktion auf das Modell getestet werden.

2. Die Bedeutung einer veränderten Konsumfunktion

Da bei der Analyse der Kapazitätsanpassungshypothese nur endogene Grenzen eingeführt wurden, entfällt eine Untersuchung einer wirklichkeitsnäheren Konsumfunktion der Form $C_t = c \cdot NY_t$, da mit ihr eine Untergrenze entsteht, die negative Werte des Netto-sozialproduktes zuläßt (s. Seite 169).

Es bleibt daher nur die Hinwendung zu der realitätsferneren Hypothese, daß der Konsum an dem Einkommen von vor zwei Perioden ausgerichtet wird. Im Ausgangsmodell auf S. 231 ist demnach 231.1 zu ersetzen durch:

$$253.1 \quad C_t = 0,75 \cdot NY_{t-2}$$

Die Finalgleichung, die aus dem so gebildeten Modell resultiert, ist wieder eine inhomogene Differenzengleichung dritten Grades. Sie führt zu einer kubischen charakteristischen Gleichung, die keine Schranken für l zuläßt. Eine Untersuchung, ob die unbegrenzte Lösung der Differenzengleichung, also der Modellverlauf des Einkommens, realistisch verlaufen kann, ist daher nicht möglich.

Es verbleibt somit nur als Untersuchungsmethode die Entwicklung von Simulationsmodellen, die bei gleichen l -Werten und Überauslastungsmöglichkeiten erneut zu neun Abläufen führt.

a) $l=0,9$ (1,06)

Bis Periode 39 sinkt das Sozialprodukt mit zwei verschiedenen Wachstumsraten in zwei aufeinanderfolgenden Perioden (-28,38 und -10,97). In der Periode 43 stößt das Sozialprodukt an die Obergrenze, wo es verbleibt und mit 14,91 Prozent pro Periode wächst. Die Endgültigkeit dieses Wertes wird aber fraglich angesichts der Sequenztabelle für den Fall b.

b) $l=0,5$ (1,06)

Tabelle 41

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
0	4,00	15	-24,22	30	-15,87	45	14,91
1	-4,69	16	-15,87	31	49,55	46	14,91
2	-15,87	17	-24,22	32	267,75	47	15,91
3	-24,22	18	-15,87	33	140,23	48	13,94
4	-15,87	19	-24,22	34	98,32	49	10,81
5	-24,22	20	-15,87	35	64,24	50	7,15
6	-15,27	21	-24,22	36	23,32	51	2,21
7	-24,22	22	-24,22	37	16,81	52	-5,41
8	-15,87	23	-24,22	38	15,35	53	-16,98
9	-24,22	24	-15,87	39	15,01	54	-23,20
10	-15,87	25	-24,22	40	14,93	55	-16,98
11	-24,22	26	-15,87	41	14,91	56	-23,20
12	-15,87	27	-24,22	42	14,91	57	-16,98
13	-24,22	28	-15,87	43	14,91	58	-23,20
14	-15,87	29	-24,22	44	14,91		

Außer in den Perioden 0 bis 2, 31 bis 34 und 48 bis 53 ist das Einkommen begrenzt, je nach Vorzeichen der Wachstumsraten wird die Ober-(+) oder und Untergrenze (-) tangiert. An der Obergrenze wird zwar der aus a bekannte Wert von 14,91 sieben Perioden lang gehalten, ein Verbleib an der Obergrenze ist aber nicht möglich. Das Sozialprodukt schwankt also mit sehr langem Zyklus bei langem Verbleib an den Grenzen und sehr weit vom Trend entfernten Wachstumsraten, die unreal sind.

Dieses Modell relativiert alle bisherigen Ergebnisse der Kapazitätsanpassungshypothese, sofern sie dem unter a skizzierten Verlauf zeigen. Es ist nicht auszuschließen, daß es sich um schwingende Systeme mit sehr langer Schwingungsdauer handelt, so daß eine 60-periodige Simulation zu kurz ist, um eine Phase aufzuzeigen.

Hier zeigt sich aber auch zum erstenmal die klare modellmäßige Überlegenheit der Kapazitätsanpassungshypothese gegenüber der Akzeleratorhypothese. Es gelingt, bei einem maximalen Überauslastungsgrad von 1,06 einen Verlauf des Sozialproduktes zu erzeugen, der aus dem Modell heraus zwischen Ober- und Untergrenze wechselt, ohne daß wie im Hicks-Modell die Struktur der Anfangswerte für diesen Wechsel verantwortlich ist.

c) $l=0,1$ (1,06)

Tabelle 42

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
0	4,00	15	2,47	30	7,28 ^{Max}	45	6,17
1	1,59	16	2,98	31	7,27	46	6,10
2	2,32	17	3,51	32	7,23	47	6,05
3	1,07	18	4,04	33	7,18	48	6,00
4	1,30	19	4,56	34	7,11	49	5,96
5	0,64	20	5,05	35	7,03	50	5,93
6	0,73	21	5,50	36	6,94	51	5,90
7	0,44	22	5,91	37	6,84	52	5,87
8	0,54	23	6,26	38	6,75	53	5,86
9	0,52 ^{Min}	24	6,56	39	6,66	54	5,84
10	0,72	25	6,80	40	6,56	55	5,84
11	0,90	26	6,99	41	6,47	56	5,84
12	1,22	27	7,12	42	6,39	57	5,84
13	1,56	28	7,21	43	6,31	58	5,84
14	2,00	29	7,27	44	6,23		

Das Sozialprodukt bewegt sich oszillierend mit sehr niedrigen Wachstumsraten bis Periode 9, der das erste, von Anfangsstörungen unbeeinflusste Minimum zugeordnet wird. In der Periode 30 ist das Maximum erreicht, bis zur Periode 57 hält der Abschwung an, auch wenn es nicht aus den vorliegenden Zahlen abzulesen ist.

Selbst wenn Periode 9 und nicht Periode 7 mit dem absolut tiefsten Wert als Bezugspunkt für das zweite Minimum in Periode 57 zur Bestimmung der Phasenlänge genommen wird, so ergibt sich, daß die Phasenlänge von 48 die Vergleichszahl aus Tabelle 35 (Seite 236), 38, bei weitem übersteigt, mehr als bei entsprechender Lag-Verschiebung der Investitionshypothese (S.249). Es entspricht auch den bisherigen Ergebnissen, daß die Extremwerte näher am Trend liegen als im Vergleichsmodell.

d) $l=0,9$ (1,5)

Bis Periode 39 zeigt das Sozialprodukt negative Wachstumsraten, die in benachbarten Perioden verschieden sind (-10,9 und -28,38). In der Periode 39 sind die Kapazitäten genügend weit abgebaut, so daß ein Anstieg beginnen kann. Nach 4 Perioden unbegrenzten Wachstums stößt das Einkommen an die Obergrenze, wo es verharret. Der aus der Simulation erkennbare Endwert beträgt 31,878, wobei es wiederum unsicher ist, ob diese Wachstumsrate wirklich anhält.

e) $l=0,5$ (1,5)

Bis zur Periode 34 ist der Modellverlauf mit dem des Falles b identisch. Im Gegensatz zu dem Fall b, in dem der Zusammenstoß mit der Obergrenze in der Periode 35 eintrat, ist hier ein längeres unbegrenztes Wachsen möglich, da die Überauslastungsmöglichkeiten größer sind.

Tabelle 43

T	WY	T	WY
35	77,23	47	18,09
36	64,41	48	14,68
37	55,66	49	10,63
38	43,12	50	5,51
39	35,18	51	- 1,50
40	32,90	52	-12,29
41	32,20	53	-27,31
42	31,98	54	-12,29
43	29,20	55	-27,31
44	26,57	56	-12,29
45	23,90	57	-27,31
46	21,11	58	-12,29

Der Zyklus ist um eine Periode kürzer als der des Falles b, der Unterschied in der Zyklenlänge ist jedoch gering (eine Periode). Die Anzahl der Perioden unbegrenzten Wachstums hat sich erhöht, sie umfassen die Zeiträume 0 bis 2, 31 bis 37 und 43 bis 52. Die ab Periode 52 vorliegenden negativen Wachstumsraten sind verändert, die größere ist größer (von -16,98 auf -12,29), die kleinere kleiner geworden (von -23,20 auf -27,31).

Der in der Systematik folgende Fall f, $l=0,1$ (1,5) ist unverändert, da schon in c ein unbegrenzter Verlauf vorlag.

Schließlich sind noch die Veränderungen zu ermitteln, wenn eine erneute Steigerung der Überauslastungsmöglichkeiten vorgenommen wird.

g) $l=0,9$ (2,0)

Bis Periode 43 stimmen die Wachstumsraten mit denen

des Falles d überein, die sich dann offensichtlich einspielende Endwachstumsrate ist höher, sie beträgt 74,59 v.H. an der Obergrenze.

h) $l=0,5$ (2,0)

Die Wachstumsraten sind gegenüber dem Fall e unverändert bis zur Periode 37. Hier entsteht nun eine echte Variation, da die Obergrenze nicht mehr erreicht wird. In der Periode 52 liegt erstmals wieder eine negative Wachstumsrate vor, die an der Untergrenze die wechselnden Werte von -12,69 und -26,98 annimmt.

Zusammengefaßt sind die Ergebnisse:

Überschulastungsmöglichkeit: 6 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der Obergrenze, Endwert der Wachstumsrate	Schwingung zwischen Ober- und Untergrenze, Phasenlänge etwa 51 Perioden	Gedämpfte Schwingung, Phasenlänge 48 Perioden
14,91		

Überschulastungsmöglichkeit 50 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der Obergrenze, Endwert der Wachstumsrate	Schwingung zwischen Ober- und Untergrenze, Phasenlänge etwa 50 Perioden	s.o.
31,88		

Überschallungsmöglichkeit 100 v.H.

$l=0,9$	$l=0,5$	$l=0,1$
Wachstum an der	Schwingung, die	s.o.
Obergrenze, Endwert	Obergrenze wird	
der Wachstumsrate	nicht erreicht,	
74,59	Phasenlänge etwa	
	51 Perioden	

Die Variationen der Verhaltensgleichungen haben zwar einige neue Aspekte zu erkennen gegeben, daß z.B. Schwingungen auch bei niedrigen Überschallungsmöglichkeiten eintreten können. Im Hinblick auf empirisch feststellbare Konjunkturzyklen sind die Resultate aber keinesfalls befriedigend.

II. Die Aufspaltung in Sektoren

Die letzte Untersuchung, mit der eine Ergebnisverbesserung erzielt werden soll, betrifft ein Modell, in dem die induzierten Investitionen und ihre Erklärungsgrößen nicht mehr global angesehen werden; vielmehr wird angenommen, daß die Verhaltensparameter und Kapitalkoeffizienten im Konsumgüter- und Investitionsgütersektor unterschiedliche Werte haben.

Es wird somit notwendig, die Funktionen der induzierten Investitionen, der Abschreibungen, der erforderlichen und der tatsächlichen Kapitalbestände aufzuspalten. Die Koeffizienten außer den Verhaltensparameters, die nach wie vor variiert werden, können aus D II.2 (S. 192 ff) übernommen werden. Es ist

$$260.1 \quad C_t = 0,75 \cdot NY_{t-1}$$

$$260.2 \quad IAUT_t = A_0 \cdot 1,06^t$$

$$260.3 \quad ICIND_t = 1_1 \cdot (KC_{t-1}^+ - KC_{t-1})$$

$$260.4 \quad IIIND_t = 1_2 \cdot (KI_{t-1}^+ - KI_{t-1})$$

$$260.5 \quad NY_t = C_t + IAUT_t + ICIND_t + IIIND_t$$

$$260.6 \quad BY_t = NY_t + DC_t + DI_t$$

$$260.7 \quad DC_t = 0,15 \cdot C_t$$

$$260.8 \quad DI_t = 0,15 \cdot (IAUT_t + ICIND_t + IIIND_t + DC_t + DI_t)$$

$$261.1 \quad KC_t^+ = 4,2 \cdot C_t$$

$$261.2 \quad KI_t^+ = 1,1 \cdot (IAUT_t + ICIND_t + IIIND_t + DC_t + DI_t)$$

$$261.3 \quad KC_t = KC_{t-1} + 0,86 \cdot IAUT_t + ICIND_t$$

$$261.4 \quad KI_t = KI_{t-1} + 0,14 \cdot IAUT_t + IIIND_t$$

ICIND: im Konsumgütersektor entstehende induzierte Investitionen; KC^+ : der erforderliche Kapitalbestand und KC: der tatsächliche Kapitalbestand im Konsumgütersektor; DC: Abschreibungen, die im Konsumsektor vorgenommen werden. (Die entsprechenden Bezeichnungen sind für den Investitionsgütersektor eingeführt worden.)

Aus diesen 12 Gleichungen wird ersichtlich, daß im Rahmen der bisher vorgestellten Modellvarianten geblieben wird. Unverändert werden die Hypothesen über die exogenen autonomen Investitionen und über die Konsumgüternachfrage beibehalten. Die Aufspaltung der induzierten Investitionen, die unterschiedliche Werte von l_1 und l_2 zuläßt, erfordert die Aufspaltung der Kapitalien, denn die im Konsumsektor entstehenden induzierten Investitionen werden sinnvollerweise in Abhängigkeit von der Differenz zwischen erforderlichen und tatsächlichen Kapitalbeständen in diesem Sektor gesehen. Entsprechendes gilt für den Investitionsgütersektor.

Die Werte für die Kapitalkoeffizienten bei optimaler Auslastung, die die erforderlichen Kapitalbestände bestimmen, sind der Untersuchung von S. 192 ff. entnommen worden. Erklärende Größe des erforderlichen Kapitals kann nur die entsprechende Komponente des Sozialproduktes sein, der Konsum in dem

Konsumsektor und die Summe der Investitionen und Abschreibungen, da auch die Ersatzinvestitionen produziert werden müssen, im Investitionssektor.

Bei der Bildung der tatsächlichen Kapitalien wird von einem Verhältnis $KC_0/KI_0 = 0,86/0,14$ ausgegangen (S. 192 ff). Die Entwicklung der induzierten Investitionen, die das tatsächliche Kapital mit bestimmen, erfolgt sektorspezifisch. Eine Entscheidung erfordert demnach nur die Aufteilung der autonomen Investitionen. Es wird festgesetzt, daß, in Ermangelung einer plausibleren Möglichkeit, das Ausgangsverhältnis der Kapitalien übernommen wird. Die Aufteilung der exogenen Investitionen soll also abhängig von der zu beobachtenden Verteilung der Kapitalbestände in dem Sinn sein, daß sie von sich aus dieses Verhältnis nicht beeinflußt.

Die Aufspaltung der Abschreibungen erfolgt nur durch die Trennung der Komponenten, die Koeffizienten werden beibehalten.

Zunächst wird wie bisher versucht, festzustellen, ob es einen unbegrenzten Verlauf des Sozialproduktes gibt, der bezüglich Phasenlänge, Amplitude und Größe der Wachstumsraten des Zyklus wirklichkeitsnah ist. Unter Verwendung von 261.1 und 2 ist nach Einsatz von 260.1 - 4 in 260.5:

$$262.1 \quad NY_t = 0,75 \cdot NY_{t-1} + A_0 \cdot 1,06^t + 1_1 \cdot (4,2 \cdot C_{t-1} - KC_{t-1}) + \\ 1_2 \cdot (1,1 \cdot (BY_{t-1} - C_{t-1}) - KI_{t-1})$$

Mit 260.1 und $BY_t = \frac{1}{0,85} \cdot NY_t$ wird daraus:

$$263.1 \quad NY_t - (0,75 + l_2 \cdot \frac{1,1}{0,85}) \cdot NY_{t-1} + (l_2 \cdot 0,825 - l_1 \cdot 3,15) \cdot \\ \cdot NY_{t-2} = A_0 \cdot 1,06^t - l_1 \cdot KC_{t-1} - l_2 \cdot KI_{t-1}$$

Dann gilt aber auch die Differenzengleichung, die aus einer Zurückdatierung um eine Periode von 263.1 folgt. Die Bildung der Differenz zwischen 263.1 und der zurückdatierten Gleichung ergibt: (mit 261.3/4)

$$263.2 \quad NY_t - (1,75 + l_2 \cdot \frac{1,1}{0,85}) \cdot NY_{t-1} + (l_2 \cdot 2,1191 - l_1 \cdot \\ \cdot 3,15 + 0,75) \cdot NY_{t-2} - (l_2 \cdot 0,825 - l_1 \cdot 3,15) \cdot NY_{t-3} \\ + l_1 \cdot ICIND_{t-1} + l_2 \cdot IIIND_{t-1} = A_0 \cdot 0,06 \cdot 1,06^t - \\ 0,86 \cdot l_1 \cdot A_0 \cdot 1,06^{t-1} - 0,14 \cdot l_2 \cdot A_0 \cdot 1,06^{t-1}$$

Es entsteht somit das Problem, die Summe $l_1 \cdot ICIND_{t-1} + l_2 \cdot IIIND_{t-1}$ auf NY zurückzuführen. Da in 260.5 ungewichtete induzierte Investitionen vorkommen, ist eine analytische Lösung nicht möglich. Als Untersuchungsmethode verbleiben daher nur Simulationsabläufe.

Um die Anzahl der Modelle überschaubar zu halten, wird nur noch eine Überauslastungsmöglichkeit von 6 v.H. angewendet, da ihr allein empirische Bedeutung zukommt.

In Anlehnung an die bisherige Abstufung der l-Werte entstehen die Kombinationen:

- a) $l_1 = 0,9; l_2 = 0,9$
- b) $l_1 = 0,9; l_2 = 0,5$
- c) $l_1 = 0,9; l_2 = 0,1$
- d) $l_1 = 0,5; l_2 = 0,9$
- e) $l_1 = 0,5; l_2 = 0,5$
- f) $l_1 = 0,5; l_2 = 0,1$
- g) $l_1 = 0,1; l_2 = 0,9$
- h) $l_1 = 0,1; l_2 = 0,5$
- i) $l_1 = 0,1; l_2 = 0,1$

Die besondere Problematik dieser neun Fälle besteht in der Interdependenz der Schranken und der beschränkten Größen sowohl in als auch zwischen den Sektoren. Der Umfang, den die Grenzen innerhalb des Simulationsmodelles einnehmen, läßt den Eindruck entstehen, daß die Schranken bedeutungsvoller als die Verhaltensgleichungen sind. Aus diesen Schranken resultiert, daß die autonomen Investitionen hier bei Bedarf auch beschränkt werden müssen. Sie wachsen dann von dem niedrigeren Niveau mit der bekannten Rate.

Als Vergleichsmodell dient das Ausgangsmodell mit verbesserten Startbedingungen (S. 235/236).

a) Tabelle 44

T	WY	C	I	T	WY	C	I
0	4,00	U	U	46	84,46	U	0
1	-1,82	-	-	47	43,86	0	0
2	-14,16	-	U	48	13,42	0	0
3	-28,81	-	U	49	9,75	0	0
4	-36,25	U	U	50	17,57	0	0
5	-36,25	U	U	51	3,04	0	0
.....				52	16,16	-	0
37	-36,25	U	U	53	11,62	0	0
38	-36,27	U	U	54	18,18	0	0
39	-36,28	U	U	55	10,67	-	0
40	-36,26	U	U	56	11,43	-	0
41	-36,33	U	U	57	11,54	-	-
42	2,7 · 107	U	-	58	11,43	-	-
43	1092,83	-	-	59	11,42	-	-
44	386,09	-	-				
45	175,91	-	-				

C zeigt die Spalte an, in der die Begrenzung oder Nichtbegrenzung des Konsumgütersektors angegeben wird, U steht für einen Zusammenstoß mit der Untergrenze, 0 weist auf das Erreichen der Obergrenze hin und "-" bedeutet eine Entwicklung ohne Anstoß an die Grenzen. Analog wird in der Spalte I die Bewegung der Investitionen an den Grenzen angeführt.

Der Verlauf des Sozialproduktes entspricht dem des Vergleichsablauf (S. 235) bis zur Periode 41 (nahezu gleiche negative Wachstumsraten). Die dann entstehenden positiven Wachstumsraten gehen von einem extremen Maximum auf 9,75 v.H. zurück, oszillieren periodisch bis zur Periode 55, um anschließend über ein Maximum (Periode 57), das kaum von den letzten vier Werten abweicht, sehr wahrscheinlich zu einem stabilen Endwert zu kommen.

b) Tabelle 45

T	WY	C	I	T	WY	C	I
0	4,00	U	U				
1	-1,28	-	-	43	123,14	-	-
2	-10,79	-	-	44	93,21	-	0
3	-27,00	-	U	45	48,20	-	0
4	-36,25	U	U	46	14,40	0	0
5	-36,25	U	U	47	12,03	0	0
.....				48	17,09	0	0
32	-36,25	U	U	49	7,89	0	0
33	1,06·105	U	-	50	16,78	0	0
34	1170,41	U	-	51	6,46	0	0
35	158,72	U	-	52	15,22	0	0
36	63,76	U	-	53	6,16	0	0
37	28,19	U	-	54	12,82	-	0
38	10,56	U	-	55	8,86	-	0
39	2,05	U	-	56	10,33	-	0
40	-0,15	U	-	57	9,07	-	0
41	23,03	-	-	58	9,70	-	0
42	105,79	-	-	59	7,57	-	-

Der Abschwung ist kürzer als im Fall a (32 gegenüber 41 Perioden). Der sich an die auch hier auftretende extreme positive Wachstumsrate anschließende Abschwung führt zu einer kleineren Wachstumsrate (-0,15 und 9,75). Nach einer ganzen Phase, Periode 40 - 47, schwankt das Einkommen mit einem zweiperiodigen Zyklus bei stets positiven Wachstumsraten. Ein Endwert ist nicht abzusehen, da die jeweils niedrigeren Wachstumsraten in sich offenbar schwanken. Die höheren Wachstumsraten sinken, ohne daß aber ein Grenzwert abzusehen ist. Der Abfall der letzten Wachstumsrate erklärt sich durch die erstmalig unbegrenzte Entwicklung des Einkommens. Eine genaue Aussage über die zukünftige Entwicklung kann also nicht gemacht werden.

c) Tabelle 46

T	WY	C	I	T	WY	C	I	T	WY	C	I
0	4,00	II	II	20	9,98	U	-	40	74,01	-	0
1	-0,61	-	-	21	9,27	U	-	41	16,31	0	0
2	-6,98	-	-	22	8,69	U	-	42	17,35	0	0
3	-20,84	-	-	23	8,31	U	-	43	15,89	0	0
4	-35,40	U	.	24	7,81	U	-	44	15,03	0	0
5	-36,25	U	U	25	7,49	U	-	45	14,30	0	0
6	-36,25	U	U	26	7,23	U	-	46	13,69	0	0
7	-36,25	U	U	27	7,02	U	-	47	13,18	0	0
8	-36,19	U	-	28	6,84	U	-	48	12,75	0	0
9	-31,38	U	-	29	6,69	U	-	49	12,38	0	0
10	-21,58	U	-	30	6,57	U	-	50	11,76	0	0
11	-8,19	U	-	31	6,47	U	-	51	11,57	0	0
12	4,09	U	-	32	6,39	U	-	52	11,22	0	0
13	11,57	U	-	33	6,33	U	-	53	11,02	0	0
14	14,52	U	-	34	6,27	U	-	54	10,83	0	0
15	14,86	U	-	35	11,25	-	-	55	10,47	-	0
16	14,08	U	-	36	66,66	-	-	56	10,06	-	0
17	12,96	U	-	37	48,79	-	-	57	9,82	-	0
18	11,94	U	-	38	93,65	-	-	58	9,67	-	0
19	10,84	U	-	39	53,98	-	-	59	9,59	-	0

Zunächst tritt ein Abschwung ein, der aus den Anfangswerten herrührt. In den Perioden 5 bis 7 sind die Tiefstwerte erreicht, die Einkommen in beiden Sektoren entwickeln sich an der Untergrenze. Von Periode 8 an beginnt ein Anstieg, der bis Periode 15 anhält. In ihm und auch in dem langsamen Abschwung bis Periode 34 bildet sich die induzierte Investition im Konsumgütersektor an der Untergrenze, die im Investitionsgütersektor bewegt sich frei. Von Periode 35 bis 39 ist keine Begrenzung zu erkennen, es tritt der Zwei-Perioden Zyklus ein, der schon aus a und b bekannt ist. Nach der Beruhigung an den Obergrenzen sinkt die Wachstumsrate ab Periode 42 ständig. Ab Periode 55 bildet sich die Investition im Konsumgütersektor frei, so daß wie in den vorhergehenden Abläufen im Zeitablauf eine freie Bewegung zu erwarten ist, von der nicht ausgeschlossen

sen werden kann, daß sie konvergiert.

Die ersten drei Untersuchungen lieferten keine Verbesserungen, was entweder an der Höhe von l_1 liegen kann oder dem Modell innewohnt. Um dies zu beurteilen, wird der Wert von l_1 gesenkt.

d) Tabelle 47

T	WY	C	I	T	WY	C	I
0	4,00	U	U	40	28,21	-	0
1	0,40	-	-	41	15,94	0	0
2	-8,02	-	-	42	4,48	0	0
3	-15,92	-	U	43	14,71	-	0
4	-32,30	-	U	44	2,43	0	0
5	-36,25	U	U	45	10,30	-	0
.....				46	2,44	-	0
33	-36,25	U	U	47	5,19	-	0
34	2,84 · 10 ⁶	-	U	48	-0,52	-	-
35	300,82	-	U	49	-10,09	-	-
36	170,35	-	-	50	-17,18	-	U
37	125,93	-	0	51	-26,25	U	U
38	68,38	-	0				
39	42,63	-	0	59	-36,25	U	U

Hier entsteht ein Sozialproduktverlauf mit kürzeren Phasen, so daß abzusehen ist, wie sich das Sozialprodukt weiterhin bewegt. Nach dem Abschwung, der wieder seinen tiefsten Wert von -36,25 erreicht, wenn in beiden Sektoren die Begrenzung wirksam wird, ist in Periode 34 der Sprung auf diese sehr hohe Wachstumsrate zu erkennen. (Fall a/b) Der Grund für diese Wachstumsrate liegt darin, daß das Einkommen lange Zeit stark gesunken ist, so daß es auf einem minimalen positiven Wert anlangt. Wenn die Kapazitäten weit genug abgebaut sind, kann ein neuer Wachstumsprozeß eingeleitet werden. Wenn in einem Sektor die indu-

zierten Investitionen von der Untergrenze abgehen, werden durch diesen absoluten Zuwachs die Einkommen relativ sehr stark erhöht.

Wenn die Wachstumsraten von dem hohen Niveau abgesunken sind, tritt nach der Periode 42 kurzfristig ein Zwei-Perioden-Zyklus ein, der hier in einem Abschwung mündet, der die gleichen negativen Wachstumsraten wie der erste Abschwung aufweist. Es kann also angenommen werden, daß sich die Bewegung wiederholt.

e) Tabelle 48

T	WY	C	I	T	WY	C	I
0	4,00	U	U	45	13,80	-	0
1	1,01	-	-	46	8,18	0	0
2	-5,29	-	-	47	11,78	-	0
3	-15,01	-	-	48	9,83	-	0
4	-27,08	-	U	49	9,98	-	0
5	-36,25	U	U	50	10,55	-	-
.....				51	8,40	-	-
32	-36,25	U	U	52	7,22	-	-
33	4,64 · 10 ²	U	-	53	4,33	-	-
34	473,87	-	-	54	0,82	-	-
35	320,89	-	-	55	-5,22	-	-
36	145,83	-	-	56	-15,28	-	-
37	108,81	-	0	57	-27,00	-	U
39	33,80	-	0	58	-36,25	U	U
40	17,79	0	0	59	-36,25	U	U
41	13,26	0	0				
42	7,04	0	0				
43	15,71	0	0				
44	6,94	0	0				

Der Verlauf des Sozialproduktes ähnelt also stark dem vorhergehenden in der Tabelle 47. Es ist lediglich eine Verlängerung des Abschnitts, in dem die Wachstumsraten von Periode zu Periode mit positiven Wachstumsraten schwanken, festzustellen, der mit einem

längeren Verbleib an der Obergrenze und einem längeren freien Bildungsprozeß zu erklären ist. Der Gesamtverlauf ist aber etwas gedehnter, da die negative Wachstumsrate von $-36,25$ hier erst in Periode 58 wieder eintritt. In Tabelle 47 ist das bereits in Periode 51 geschehen.

Tabelle 48 kann mit dem Ausgangsmodell verglichen werden (S. 235), da die Parameter der Funktionen der induzierten Investitionen übereinstimmen. Während in dem Modell auf Seite 235 ein Endwert der Wachstumsraten festgestellt wird, ist hier eine, wenn auch unrealistische Schwankung zu erkennen. Der Einfluß des Zwei-Sektoren-Mechanismus liegt also in der Erzeugung einer Schwankung.

f) Tabelle 49

T	WY	C	I	T	WY	C	I
0	4,00	U	U	31	45,90	-	-
1	1,61	-	-	32	66,19	-	-
2	-2,73	-	-	33	60,53	-	-
3	-8,06	-	-	34	58,20	-	-
4	-17,91	-	-	35	52,00	-	-
5	-35,03	U	-	36	33,05	0	0
6	-36,35	U	U	37	14,76	0	0
7	-36,25	U	U	38	13,73	0	0
8	-36,25	U	U	39	14,13	0	0
9	-35,99	U	-	40	12,94	0	0
10	-30,91	U	-	41	12,52	0	0
11	-20,82	U	-	42	11,93	0	0
12	-7,33	U	-	43	11,49	0	0
13	4,72	U	-	44	11,07	0	0
14	11,88	U	-	45	10,71	0	0
15	14,60	U	-	46	10,19	0	0
16	14,83	U	-	47	9,61	-	0
17	14,01	U	-	48	9,06	-	0
18	12,89	U	-	49	8,07	-	-
19	11,77	U	-	50	5,77	-	-
20	10,78	U	-	51	3,79	-	-
21	9,93	U	-	52	0,16	-	-
22	9,23	U	-	53	-3,95	-	-
23	8,65	U	-	54	-11,24	-	-
24	8,18	U	-	55	-23,49	-	-
25	7,79	U	-	56	-36,25	U	U
26	7,48	U	-	57	-36,25	U	U
27	7,22	U	-	58	-36,25	U	U
28	7,00	U	-	59	-36,25	U	U
29	6,83	U	-				
30	42,38	-	-				

Das Sozialprodukt zeigt einen glatten Verlauf, außer in den Perioden 37 bis 40, also kurz nach dem Zusammenstoß mit der Obergrenze in beiden Sektoren. Es liegt ein Zyklus vor, der mit negativen Wachstumsraten beginnt, in Periode 14 ein Maximum zeigt und in der Periode 29 das erste positive Minimum aufweist. Es folgt ein rapider Anstieg mit irrationalen Wachstumsraten, die durch die freie Bildung entstehen. Danach sinkt das Einkommen, zunächst noch an der Obergrenze, dann frei und schließlich an der Untergrenze gebildet. Der Zyklus zeigt eine

Phasenlänge von 50 Perioden, gemessen von der jeweils ersten negativen Wachstumsrate von -36,25 in den beiden Abschwüngen. Ebenso unrealistisch wie die Phasenlänge ist die Höhe der Wachstumsraten.

g) Tabelle 50

T	WY	T	WY	T	WY	T	WY	T	WY
0	4,00	12	-0,94	24	11,96	36	4,47	48	5,14
1	2,63	13	1,24	25	11,29	37	4,14	49	5,52
2	0,18	14	3,62	26	10,58	38	3,89	50	5,86
3	-1,99	15	6,00	27	9,84	39	3,70	51	6,18
4	-3,24	16	8,23	28	9,10	40	3,59	52	6,48
5	-3,64	17	10,15	29	8,38	41	3,56x	53	6,73
6	-3,68	18	11,63	30	7,68	42	3,01	54	6,93
7	-3,80	19	12,61	31	7,02	43	3,72	55	7,08
8	-4,06	20	13,11	32	6,41	44	3,91	56	7,18
9	-4,17x	21	13,19x	33	5,84	45	4,16	57	7,23
10	-3,78	22	12,97	34	5,32	46	4,46	58	7,23x
11	-2,69	23	12,54	35	4,87	47	4,79	59	7,19

Es liegt ein Zyklus vor, der außer der ersten Periode das unbegrenzte Wachsen des Einkommens zuläßt. Da die negativen Wachstumsraten als Anfangsstörung zu behandeln sind, kann eine Phasenbestimmung nur an den beiden Maxima ansetzen, die in Periode 21 und in der Periode 58 entstehen. Einer unrealistischen Phasenlänge von 37 Perioden stehen durchaus wirklichkeitsnahe Wachstumsraten gegenüber.

Da das Modell nicht an die Ober- und Untergrenze stößt, liegt ein reines Nachfragemodell vor. Die in der Ober- und Untergrenze enthaltenen Angebotskomponenten haben keinen Einfluß. Darüberhinaus zeigt das Modell eine sehr starke Dämpfung der Schwingung, die in der Realität nicht zu beobachten ist.

So sehr also optisch eine Verbesserung eingetreten scheint, so ist sie doch mit einigen Annahmen verbunden, die eine reale Verbesserung zweifelhaft erscheinen lassen.

Das Modell gibt aber eine Auskunft über das Gewicht der Sektoren. Während im Fall c, in dem $l_1 = 0,9$ und $l_2 = 0,1$ waren, sowohl Ober- als auch Untergrenze erreicht wurden, liegt hier der Verlauf vor, der aus dem Vergleichsmodell (Seite 236) bei $l = 0,1$ folgt. Da l_1 den Wert 0,1 hat, l_2 den höchsten zugelassenen von 0,9, die Bewegung aber der entspricht, die vor der Aufspaltung in Sektoren bei dem l -Wert resultierte, der mit dem l_1 übereinstimmt, so zeigt sich, daß der Verlauf des Konsumsektors das Modell eindeutig bestimmt, dem Investitionssektor kommt hingegen kaum eine Bedeutung zu.

Schließlich sind noch die Fälle h und i zu betrachten, die natürlich ebenfalls gedämpfte Schwingungen hervorbringen. Die Extremwerte sind in den Modellen umso geringer entfernt vom Trend, je niedriger l_2 ist. Diesem durchaus realistischen Ergebnis wirkt die Verlängerung der Phasenlänge entgegen.

Zusammengefaßt sind die Ergebnisse:

Überschalllastungsmöglichkeit 6 v.H.

$\frac{1_1}{1_2}$	0,9	0,5	0,1
0,9	Wachstum an keiner Grenze, vermuteter Endwert der Wachstumsrate 11,4 v.H.	Schwingung zwischen Ober- und Untergrenze, Phasenlänge 46 Perioden	Gedämpfte Schwingung, Phasenlänge 37 Perioden
0,5	ähnlicher Verlauf wie oben, ein Endwert ist nach 60 Perioden nicht zu erkennen	wie oben, Phasenlänge 53 Perioden	wie oben, aber längere Phasenlänge
0,1	s.O.	wie oben, Phasenlänge 51 Perioden	wie oben, abermals längere Phasenlänge

Auch in diesem Abschnitt zeigt es sich, daß Verbesserungen der Verläufe vielfach mit unrealistischen anderen Ergebnissen gekoppelt sind. Ein befriedigendes Resultat kann auch hier nicht erzielt werden, obwohl die Existenz einer Schwankung bei wirklichkeitsnahen Parametern und Schranken ein deutlich besseres Ergebnis ist als das des Hicks' schen Modelles. Während das Hicks' Modell zur Erklärung der Konjunkturschwankungen völlig ungeeignet ist und auch keine Modifikation irgendeine Richtung anzeigte, in der Verbesserungen erwartet werden könnten, ist bei der Verwendung der Kapa-

zitätsanpassungshypothese nicht auszuschließen, daß eine weitere Aufspaltung in Sektoren schließlich einen Zyklus ergibt, der die Anforderungen bezüglich Phasenlänge und Amplitude erfüllt. Es darf aber nicht übersehen werden, daß infolge der Interdependenz der Sektoren sehr komplizierte Schranken entstehen werden, die möglicherweise verhindern, daß Modell mit niedrigeren Aggregationsgraden operabel sein werden.

F Zusammenfassung der Ergebnisse

Um den Wert eines Modelles bezüglich seiner Fähigkeit, die Realität zu erklären, beurteilen zu können, ist es notwendig, zu prüfen, inwieweit die komplexe Wirklichkeit vereinfacht wird. Es sind alle Beschränkungen aufzuzeigen, die von vornherein die Aussagemöglichkeiten des Modelles relativieren.

Es werden hier folgende Definition und Behauptungen aufgestellt:

1. Die Konjunkturschwankungen werden als Schwankungen der Wachstumsraten des Volkseinkommens oder einer anderen Sozialproduktgröße definiert.

Diese Annahme ist notwendig zur Rechtfertigung der Behauptung, daß eine Erklärung der Schwankungen des Volkseinkommens ein Konjunkturmodell sein kann.

2. Es wird behauptet, es gibt eine regelmäßige Schwankung, die den zu beobachtenden unregelmäßigen Schwingungen zugrunde liegt. Die Unregelmäßigkeiten entstehen durch singuläre exogene Faktoren, die nicht untersucht werden.

Der regelmäßige Zyklus kann nur nachgewiesen werden, durch Gemeinsamkeiten, die bei den zu beobachtenden Schwingungen der Wachstumsraten auftreten. Diesen Gemeinsamkeiten werden die Werte entnommen, die das Modell erzeugen können muß, damit ihm eine empirisch relevante Bedeutung beigemessen werden kann: um einen Trend, dem Wachsen des Volkseinkommens von 6. v.H. ohne Berücksichtigung der Abweichungen, schwanken die Wachstumsraten des Volkseinkommens mit einer Amplitude von 6 v.H. und einer Phasenlänge von 4 bis 5 Jahren.

3. Es wird angenommen, daß mechanistische Modelle geeignet sind, den regelmäßigen Zyklus zu erklären.

Die Geltung dieser Behauptung wird in dieser Arbeit an Hand der Modellergebnisse überprüft. Sind die Ergebnisse realitätsfern, so ist anzunehmen, daß die hier überprüften Modelle nicht zur Konjunkturerklärung herangezogen werden können. Das Gleiche gilt für alle ähnlichen Modelle.

4. Angebots- und Nachfragekomponenten bestimmen das Volkseinkommen

Die originalen Oszillationsmodelle bestehen nur aus Nachfragekomponenten. Sie können also keinesfalls Konjunkturschwankungen erklären, da zu beobachten ist, daß Angebot und Nachfrage die Bildung des Sozialproduktes beeinflussen. Wenn trotzdem in den analytischen Teilen der Arbeit reine Nachfragemodelle untersucht werden, so nur um nachzuweisen, daß realistische Schwankungen nicht erzeugt werden können. Wirklichkeitsnah können die Modelle erst dann werden, wenn Ober- und Untergrenzen, in denen Angebotskomponente zum Ausdruck kommen, eingeführt werden.

Im ersten Teil der Analyse des originalen Hicks-Modelles werden die kritischen Parameter ermittelt, die dem reinen Nachfragemodell vorgegeben werden müssen, damit ein wirklichkeitsnaher Zyklus entstehen kann. Es zeigt sich, daß im Fall einer Periodenlänge von einem Jahr bei einem konstant vorgegebenen β -Wert eine negative Konsumquote nötig

wird, wenn eine Schwingung mit einer Phasenlänge von vier Jahren entstehen soll. Die Verkürzung der Periodenlänge auf ein halbes Jahr hat zur Folge, daß eine positive Konsumquote erforderlich wird für eine Schwingung mit realistischer Phasenlänge. Allerdings treten nicht immer positive Wachstumsraten auf, die in Wirklichkeit zu beobachten sind. Erst eine weitere Verkürzung der Periodenlänge auf ein Vierteljahr oder einen Monat führt dazu, daß das Modell Zyklen aufweisen kann, die den beobachtbaren Konjunkturzyklen entsprechen. Es zeigt sich aber, daß dann Parameter notwendig sind, die vollkommen wirklichkeitsfern sind. Die Einführung realitätsnaher Parameter führt zu einem explosiven Verlauf des Sozialproduktes.

Aus der Unmöglichkeit der Erzeugung eines empirisch relevanten Zyklus im Nachfragemodell erwächst die Forderung nach Schranken, die den Erklärungswert des Modells erhöhen, da sie von den Gleichgewichtskonzepten wegführen. Eine analytische Behandlung ist dann aber nicht mehr möglich, es werden Simulationen auf einer Rechenanlage notwendig.

Die zunächst sehr rigiden Angebotsteile, exogene Ober- und Untergrenze, lassen aber keine Schwankungen bei der Verwendung wirklichkeitsnaher Parameter zu. Hat das Volkseinkommen die Obergrenze erreicht, so verbleibt es an ihr. Erst wenn durch eine entsprechende Variation der Obergrenze unrealistische Schwankungen im Auslastungsgrad zugelassen werden, entfernt sich das Volkseinkommen nach einem Zusammenstoß wieder von der Obergrenze. Die entstehenden

Verläufe sind aber weder von der Amplitude noch von der Phasenlänge her gesehen wirklichkeitsnah. Trotzdem ist zu vermerken, daß die Einführung einer unrealistischen Prämisse, nämlich die Erlaubnis hoher Wachstumsraten, eine Annäherung des Modellverlaufes an den zu beobachtenden Zyklus bewirkt. Ein Verlauf an der Obergrenze ist wirklichkeitsferner als eine Schwankung mit hoher Phasenlänge und Amplitude.

Um nun nachzuweisen, daß das Bild unrealistischer Modellzyklen nicht zufällig ist, werden die Verhaltensgleichungen variiert. Wenn die Kausalzusammenhänge unverändert bleiben sollen, sind nur noch Abwandlungen der in den Funktionen auftretenden Lags, in denen die Reaktionszeiten ausgedrückt werden, möglich. Plausibel sind aber nur kurze Reaktionszeiten, die Lags in den Ausgangsgleichungen sollten somit sinnvollerweise verringert werden.

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen zeigen jedoch an, daß eine Lagverkürzung unrealistischere Annahmen erfordert, wenn Schwankungen entstehen sollen. Die zulässigen Abweichungen vom Trend müssen gegenüber dem Ausgangsmodell erhöht werden. Umgekehrt wird eine vertretbare zulässige Abweichung von der Mittellage erreicht, wenn sehr große Zeitverzögerungen zwischen auslösenden und ausgelösten Faktoren eingeführt werden. Bei alleiniger Variation der Funktion der induzierten Investitionen beträgt die notwendige Zeitdifferenz 20 Perioden, in der Konsumfunktion 4 Perioden. Der Einfluß der Konsumfunktion auf den Modellablauf ist also wesentlich größer als der der Investitionsfunktion.

Werden Konsum- und Investitionslag simultan auf eine Phasenlänge des Konjunkturzyklus vergrößert, wobei sich über den Sinn dieser Hypothesen sicher streiten läßt, so entstehen Verläufe, in denen das Einkommen stets an der Ober- oder Untergrenze gebildet wird. Die Wachstumsraten schwanken mit den Werten, die durch die Entwicklung und das Niveau der beiden Grenzen vorgegeben sind; die Werte liegen bei positiven Wachstumsraten über den zu beobachtenden Daten, negative Wachstumsraten entstehen, wenn ein Sprung von der Ober- zur Untergrenze erfolgt. Wie der Verlauf sich vollzieht, ist abhängig von den Anfangswerten, die ja vier bis fünf Perioden umfassen müssen. Selbst wenn zyklisch schwingende Anfangswerte vorgegeben werden, entstehen keine realistischen Verläufe. Mit einer Variation der Verhaltensgleichungen kann also keine Verbesserung des Ergebnisses erzielt werden.

Neben den Verhaltensgleichungen lassen sich noch die Grenzen verändern. Eine Aufspaltung der Grenzen in Sektorenschranken läßt erkennen, daß auch hier sehr große Schwankungen der Wachstumsraten zugelassen werden müssen, damit eine Abkehr von der einmal erreichten Obergrenze erfolgen kann.

Die bisher exogenen Grenzen lassen sich nur mit der Annahme endogenisieren, daß Begrenzungen nur im Investitionssektor erfolgen, da hier die Ausschläge aufgrund der Nachfrageentwicklung heftiger sind als im Konsumgütersektor.

Mit endogenen Grenzen schwingt das Einkommen nicht, wenn die ursprünglichen Verhaltensannahmen unterstellt werden. Je nach der Überauslastungsmöglichkeit der vorhandenen Kapazitäten wird ein konstanter Wert des Einkommens oder seiner Wachstumsrate erreicht. Erst eine Vergrößerung des Lags in der Investitionsfunktion läßt bei hoher Überauslastungsmöglichkeit Schwingungen zu, die aber eine zu kurze Phasenlänge und zu hohe Absolutbeträge der Wachstumsraten aufweisen.

Da auch die Berücksichtigung der aufgestauten Nachfrage keine Verlaufsverbesserung erkennen ließ, somit keine, Hicks'sche Grundgedanken nicht tangle-rende Variationsmöglichkeit verbleibt, ist das Ergebnis der Analyse des Hicks-Modells, daß es nicht in der Lage ist, die an ein Konjunkturmodell zu stellenden Anforderungen, zu erfüllen. Eine weitere Verwendung dieses Modells in der Konjunkturtheorie ist daher nicht gerechtfertigt.

Der Anstoß zur Einführung der Kapazitätsanpassungshypothese anstatt der Akzeleratorhypothese basiert auf der Vermutung, daß die Starrheit des Akzelerationsprinzips für die unrealistischen Verläufe verantwortlich ist. Die Kapazitätsanpassungshypothese beruht auf einem flexiblen Investorenverhalten, der Grad der Flexibilität ist variierbar.

Das originale Oszillationsmodell, das allein aus Nachfragekomponenten besteht, zeigt, wenn eine realistische Konsumquote und ein realistischer Kapitalkoeffizient eingeführt werden, je nach dem Grad der Anpassung und der Länge der Periode unter-

schiedliche Verläufe. Eine Schwingung kann nur dann eintreten, wenn die Periodenlänge ein Jahr beträgt. Jede Verkürzung der Periodenlänge führt zu einem explosiven Verlauf des Modells. Ist die Periodenlänge ein Jahr, so entsteht ein Zyklus, wenn die induzierten Investitionen höchsten 30 v.H. der Differenz zwischen erforderlichem und tatsächlichem Kapitalbestand betragen. Dieser Zyklus kann aber niemals eine realistische Phasenlänge haben, sondern nur eine wesentlich größere. Da ebenso wie im Hicks-Modell das reine Nachfragemodell mit realistischen Parametern einen wirklichkeitsfernen Verlauf des Sozialproduktes erzeugt, werden Ober- und Untergrenze eingeführt, um möglicherweise einen realitätsnäheren Modellverlauf zu erzielen. Außerdem werden somit Angebotskomponenten eingeführt.

Die Simulationsverläufe werden im folgenden immer für drei Anpassungsgrade aufgestellt, die a) eine sehr starke, b) eine schwächere Explosion und c) eine gedämpfte Schwingung der Nachfrage verursachen. Das Grundmodell mit wirklichkeitsnaher Obergrenze und einem Start aus einem statischen Gleichgewicht zeigt für alle drei Anpassungsgrade einen Zusammenstoß mit der Obergrenze und anschließendem Verbleib an ihr. Der erste Anstieg des Sozialproduktes im Fall der gedämpften Schwingung der Nachfrage (Anpassungsgrad unter 30 v.H.) führt also zu einem Zusammenstoß mit der Obergrenze. Die sich an der Obergrenze bildende Nachfrage ist auch in diesem Fall größer als das Angebot, so daß die Obergrenze nicht mehr verlassen wird.

Wird nun die Überauslastungsmöglichkeit der Kapazitäten, die in der Obergrenze enthalten ist, erhöht, so ist hier, im Gegensatz zum Hicks-Modell, keine Entfernung von der einmal erreichten Obergrenze zu erkennen. Lediglich für den Fall eines Anpassungsgrades unter 30 v.H. tritt eine Änderung ein; das Sozialprodukt schwankt, ohne die Ober- und Untergrenze zu berühren. Somit liegt eine reine Nachfrageschwankung vor.

Der Start aus einem statischen Gleichgewicht hat Komplikationen bei der Bildung des tatsächlichen Kapitalbestandes hervorgerufen. Aus diesem Grund wird der Start aus einem dynamischen Gleichgewicht untersucht. Es zeigt sich, daß, bei verschiedenen Überauslastungsmöglichkeiten, die Anpassungsgrade über 30 v.H. immer einen Zusammenstoß mit und Verbleib an der Obergrenze verursachen, während bei einem Anpassungsgrad unter 30 v.H. stets eine gedämpfte Schwingung entsteht.

Unter der Beibehaltung dynamischer Anfangswerte werden wie im Hicks-Modell die Verhaltensgleichungen verändert. Die Verkürzung der Reaktionszeit in der Investitionsfunktion erzeugt nur dann einen Verlauf, in dem das Volkseinkommen von der einmal erreichten Obergrenze absinkt, wenn bei einem fünfzigprozentigen Anpassungsgrad eine fünfzigprozentige Überauslastungsmöglichkeit des bestehenden Kapitalbestandes vorausgesetzt wird. Es entstehen aber keine wirklichkeitsnahen Zyklen.

Ebenso unbefriedigend sind die Resultate der Verlängerung der Lags. Hier verbleibt das Einkommen in jedem Fall an der einmal erreichten Obergrenze.

Erst die Variation der Konsumfunktion läßt einen neuen Verlaufstyp entstehen. Zwar verharret das Einkommen bei neunzigprozentiger Anpassung unabhängig von der Überauslastungsmöglichkeit an der Obergrenze, eine fünfzigprozentige Anpassung erzeugt jedoch einen Zyklus unter Einbeziehung von Ober- und Untergrenze bei einer realistischen Überauslastungsmöglichkeit. Die Höhe der Wachstumsraten und auch die Phasenlänge sind unreal, außerdem wird die Verbesserung des Verlaufs mit einer Verlängerung des Lags in der Konsumfunktion, die zu einer wenig plausiblen Verhaltenshypothese führt, erkauft.

Erst die Bildung eines einfachen Zwei-Sektoren-Modells erbrachte mit realistischen Verhaltensgleichungen und realistischen Schranken schwankende Wachstumsraten, die jedoch stets fern der Wirklichkeit sind. Im Gegensatz zum Hicks-Modell kann nicht ausgeschlossen werden, daß das Modell mit der Kapazitätsanpassungshypothese in der Lage ist, die Verläufe zu erzeugen, die die geforderten Eigenschaften haben, wenn eine weitere Disaggregation erfolgt.

Es hat sich in den Modellen stets gezeigt, daß die Lag-Modifikationen bei der Konsumfunktion größere Bedeutung hatten als bei der Investitionsfunktion. Die Ursache hierfür ist in der Höhe der Konsum-

quote zu suchen, die infolge der Zusammenfassung von öffentlichem und privatem Sektor als stabilisierendes Moment sehr groß ist. Auch von daher gesehen erscheint eine Disaggregation sinnvoll. Mit den hier untersuchten einfachen Modellen ist eine Erklärung der komplexen Realität jedenfalls noch nicht möglich.

Literaturverzeichnis

Abkürzungen:

NWB Neue Wissenschaftliche Bibliothek
HdSW Handwörterbuch der Sozialwissenschaften

- Ando, KA. and Modigliani, F., (1959), Selected Problems in Economic Theory: Growth, Fluctuations and Stability, in: The American Economic Review, Vol. 49 (1959), No.4
Paper and Proceedings
- Chenery, H., (1952), Overcapacity and the Acceleration Principle, in: Econometrica, Vol. 20 (1952)
- Clausing, G., (1959), Konjunkturen, in: HdSW, Bd.6
Göttingen 1959
- Clauß, F.J., (1968), Konjunktur und Neoklassik,
Berlin - München 1968
- Diehl, K., (1932), Konjunktur, Konjunkturtheorie, in:
Wörterbuch der Volkswirtschaft, 1932
- Dupriez, L.H., (1966), Des mouvements économiques
généraux, Paris 1966
- Eckaus, R.S., (1967) The Acceleration Principle
Reconsidered, in: The Quarterly Journal
of Economics, Vol. 67 (1953), übersetzt in:
Konjunktur- und Beschäftigungstheorie, NWB
Bd. 14, Köln-Berlin 1967
- Egner, E., (1935), Blüte und Verfall der Wirtschaft,
Eine Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung, Leipzig 1935

- Elsner, K., (1967), Wachstums- und Konjunkturtheorie, in: Kompendium der Volkswirtschaftslehre, Bd. 1, Göttingen 1967
- Engelke, K., (1969), Einfluß realistischer Time Lags auf die Stabilität makro-ökonomischer Modelle, Berlin 1969
- Evans, M.K., (1969), Macroeconomic Activity, New York, Evanston and London 1969
- Fisher, I., (1925), Our unstable Dollar and the so-called Business Cycle, in: The Journal of the American Statistical Association, Vol. 20 (1925)
- Goodwin, R., (1951), The Non-linear Accelerator and the Persistence of Business Cycles, in: Econometrica, Vol 19 (1951)
- Haberler, G., (1955), Prosperität und Depression, Tübingen-Zürich 1955
- Harrod, R.F. (1966), Towards a Dynamic Economics, New York 1966
- Hicks, J.R. (1950), A Contribution to the Theory of the Trade Cycle, Oxford 1950
- Jahresgutachten 1967/68, 1970/71, 1972/73 des Sachverständigenrates zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung Stuttgart-Mainz, 1967, 1970, 1972
- Jeck, U., (1968), Die Theorie der Domination von Francois Perroux, Berlin 1968
- Jöhr, W.A., (1952), Theoretische Grundlagen der Wirtschaftspolitik, Bd.2: Die Konjunkturschwankungen, Tübingen-Zürich 1952
- Jöhr, W.A., (1959), Konjunktur: (I), Theorie, in: HdSW, Bd.6, Göttingen 1959
- Jöhr, W.A., (1967), Alternativen der Konjunkturerklärung, in: Konjunktur- und Geschäftigungstheorie, NWB, Bd.14, Berlin-Köln 1967

- Kaldor, N., (1967), The Relation of Economic Growth and Cyclical Fluctuations, in: The Economic Journal, Vol.64 (1954), übersetzt in: Konjunktur- und Beschäftigungstheorie, NWB, Bd.14, Köln - Berlin 1967
- Kalecki, M., (1965), Theory of Economic Dynamics, London 1965
- Kamp, E., Smolinski, D., Wild, J., Untersuchungen zur endogenen Prozeßsystematik der marktwirtschaftlichen Entwicklung im 20. Jahrhundert, Stuttgart 1964
- Kettler, J. (1970), Einführung in die ALGOL-Programmierung für die Rechenanlage CD-3300, Erlangen 1970
- Kirner, W., (1968), Zeitreihen für das Anlagevermögen der Wirtschaftsbereiche in der BRD Berlin 1968
- Konratieff, N.D., (1926), Die langen Wellen der Konjunktur, in: Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik, Bd. 55 (1926)
- Kreyszig, E., (1968), Statistische Methoden und ihre Anwendung, Göttingen 1968
- Kromphardt, J., (1972), Wachstum und Konjunktur, Göttingen 1972
- Lovell, M.C. and Prescott, E., (1968), Money, Multiplier Accelerator Interaction and the Business Cycle, in: The Southern Economic Journal, Vol. 35 (1968/69)
- Lutz, F., (1932), Das Konjunkturproblem in der Nationalökonomie, Jena 1932
- Matthews, R.C.O., (1962), The Trade Cycle, Chap.III, London 1960, übersetzt in: Konjunktur- und Beschäftigungstheorie, NWB, Bd. 14, Köln-Berlin 1967

- Matthews, R.C.O., (1959), The Trade Cycle,
Cambridge 1959
- Oppenländer, K.H., (1963), Die moderne Wachstums-
theorie, Berlin-München 1963
- Ott, A.E., (1963), Einführung in die dynamische
Wirtschaftstheorie, Göttingen 1963
- Phillips, A.W. (1961), A simple Model of Employment,
Money and Prices in a Growing Economy, in:
Economica, Vol. 28 (1961)
- Rothe, R., (1960), Höhere Mathematik, Stuttgart 1960
- Samuelson, P.A. (1967), Interactions between the
Multiplier Analysis and the Principle
of Acceleration, in: The Review of Eco-
nomic Statistics, Vol.21 (1939), über-
setzt in: Konjunktur- und Beschäftigungs-
theorie, NWB, Bd.14, Köln-Berlin 1967
- Sauermann, H., (1965), Einführung in die Volkswirt-
schaftslehre, Bd. 1, Wiesbaden 1965
- Schneider, E., (1967), Einführung in die Wirtschafts-
theorie, III. Teil, Tübingen 1967
- Schumpeter, J.A., (1961), Konjunkturzyklen, Göttingen
1961
- Schumpeter, J.A., (1967), The Analysis of Economic
Change, in: The Review of Economic Sta-
tistics, Vol.17 (1935), übersetzt in:
Konjunktur- und Beschäftigungstheorie,
NWB, Bd. 14, Köln-Berlin 1967
- Schumpeter, J.A., (1952), Theorie der wirtschaftli-
chen Entwicklung, Berlin 1952
- Snyder, C., (1928), Das Studium der Krisen und Wirt-
schaftszyklen in den Vereinigten Staaten,
in: Die Wirtschaftstheorie der Gegenwart,
1928

- Smithies, A., (1957), Economic Fluctuations and Growth, in: Econometrica, Vol.25 (1957)
- Sombart, W., (1955), Das Wirtschaftsleben im Zeitalter des Hochkapitalismus, Berlin 1955
- Sombart, W., (1904), Versuch einer Systematik der Wirtschaftskrisen, in: Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik, Bd.20(1904)
- Spiethoff, A., (1925), Krisen, in: Handwörterbuch der Staatswissenschaften 1925
- Spiethoff, A., (1955) Die wirtschaftlichen Wechselagen, Tübingen--Zürich 1955
- Stackelberg, H.von, (1951), Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre, Tübingen-Zürich 1951
- Statistisches Jahrbuch für die BRD, 1965, 1968, 1969 und 1972
- Stobbe, A., (1966), Volkswirtschaftliches Rechnungswesen, Berlin-Heidelberg-New York 1966
- Stöwe, H. und Härtter, E., (1967), Lehrbuch der Mathematik für Volks- und Betriebswirte, Göttingen 1967
- Stöwe, H. und Härtter, E., (1971), Aufgaben zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, Göttingen 1971
- Stucken, R., (1932), Die Konjunkturen im Wirtschaftsleben, Jena 1932
- Tewes, T., (1966), Ein einfaches Modell einer monetären Konjunkturerklärung und seine Verbindung mit dem elementaren Konjunkturmodell von Hicks, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 96 (1966)
- Vogel, A., (1958), Vierstellige Funktionentafeln, Stuttgart 1958

- Wagemann, E., (1931), Struktur und Rhythmus der Weltwirtschaft, Grundlagen einer weltwirtschaftlichen Konjunkturlehre, Berlin 1931
- Weber, W., (1967), Einleitung zu: Konjunktur- und Beschäftigungstheorie, NWB, Bd. 14, Köln-Berlin 1967
- Wessels, Th., (1966), Einführung in die Volkswirtschaftslehre, in: Handbuch der Wirtschaftswissenschaften, Bd.2, Köln-Opladen 1966
- Wolff, S. de, (1924), Prosperitäts- und Depressionsperioden, in: Der lebendige Marxismus, 1924
- Woll, A., (1969), Allgemeine Volkswirtschaftslehre, Berlin-Frankfurt 1969

Lebenslauf

Name: Fritz Joachim Dörfner
geboren am 12.4.1945 in Ebsdorf/
Krs. Marburg

Eltern: Fritz Dörfner, kaufmännischer Ange-
stellter und Ehefrau Käthe, geb.
Priemer, Hausfrau

Schulbildung: 1951-1955 Goetheschule Gießen, Volks-
schule
1955-1964 Herderschule Gießen, Gymna-
sium, naturwissenschaftli-
cher Zweig

Studium: Von SS 1964 bis SS 1966 Physik, von
WS 1966 bis SS 1970 Wirtschaftswis-
senschaft, beides an der Justus-
Liebig-Universität Gießen

Akademischer
Grad: Diplom-Wirtschaftswissenschaftler,
erlangt an der Justus-Liebig-Uni-
versität Gießen im SS 1970

Wissenschaft-
liche Tätig-
keit: Ab WS 1970 am Lehrstuhl für Volks-
wirtschaftslehre V an der Justus-
Liebig-Universität Gießen bei Herrn
Prof. Dr. J. Kromphardt

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides Statt:

Ich habe die vorgelegte Dissertation selbständig
und ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt.

Alle Textstellen, die wörtlich oder sinngemäß
aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten
Schriften entnommen sind, und alle für das Er-
gebnis der Arbeit wesentlichen mündlichen Bei-
träge anderer sind als solche kenntlich gemacht.

Fritz Joachim Dörfner

